

水下光场的蒙特卡罗法求解

何大华 程朴 李阳阳

Monte Carlo method for solving underwater light field

HE Dahua, CHENG Pu, LI Yangyang

引用本文:

何大华, 程朴, 李阳阳. 水下光场的蒙特卡罗法求解[J]. 应用光学, 2023, 44(2): 268–274. DOI: 10.5768/JAO202344.0201005

HE Dahua, CHENG Pu, LI Yangyang. Monte Carlo method for solving underwater light field[J]. Journal of Applied Optics, 2023, 44(2): 268–274. DOI: 10.5768/JAO202344.0201005

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.5768/JAO202344.0201005>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于蒙特卡罗法的水下激光光幕探测性能研究

Detection performance of underwater laser light screen based on Monte Carlo method

应用光学. 2019, 40(3): 454–460 <https://doi.org/10.5768/JAO201940.0302008>

基于蒙特卡洛方法的四元探测器干扰效果分析

Jamming effectiveness analysis of quad-element detector based on Monte Carlo method

应用光学. 2018, 39(1): 28–34, 82 <https://doi.org/10.5768/JAO201839.0101005>

水下成像光学系统设计1长春理工大学光电信息学院, 吉林长春130012 2中国中车长春轨道客车股份有限公司, 吉林长春130062

Design of underwater imaging optical system

应用光学. 2019, 40(5): 751–755 <https://doi.org/10.5768/JAO201940.0501006>

水下环境光学特性测量方法

Optical properties measurement of underwater environment

应用光学. 2018, 39(1): 83–87 <https://doi.org/10.5768/JAO201839.0103001>

水下仿生偏振成像光学系统设计

Design of underwater bionic polarization imaging optical system

应用光学. 2019, 40(5): 717–722 <https://doi.org/10.5768/JAO201940.0501001>

水下仿生偏振成像光学系统设计

Design of underwater bionic polarization imaging optical system

应用光学. 2019, 40(5): 717–722 <https://doi.org/10.5768/JAO201940.0501001>



关注微信公众号，获得更多资讯信息

文章编号: 1002-2082 (2023) 02-0268-07

水下光场的蒙特卡罗法求解

何大华, 程 朴, 李阳阳

(华中光电技术研究所 武汉光电国家研究中心, 湖北 武汉 430223)

摘 要: 水下光场分布对水下光电成像质量具有决定性的影响, 通过水下光场分布可以得到水下图像的传输退化模型。在给定水体光学参数的前提下, 建立光子水下传输概率模型, 利用 Monte Carlo 法模拟光子在水下的运动, 可以获得水下光子散射点体积密度分布, 求解出水下光场; 在水体体散射函数为球形对称的条件下, 利用 Monte Carlo 法得到的水下光场分布与理论公式的计算结果具有很好的一致性, 验证了该方法的有效性; 最后给出了水下理想点光源形成的水下光场分布。基于此结论, 可以将 Monte Carlo 法求解水下光场的应用范围推广至水体体散射函数为一般表达式的情形。

关键词: 水下光电成像; 水下光场; 标量照度; 蒙特卡罗法; 光子自由程; 均匀分布

中图分类号: TN29; O242

文献标志码: A

DOI: 10.5768/JAO202344.0201005

Monte Carlo method for solving underwater light field

HE Dahua, CHENG Pu, LI Yangyang

(Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, Huazhong Institute of Electro-Optics, Wuhan 430223, China)

Abstract: Underwater light field distribution has a decisive impact on the underwater photoelectronic imaging quality, and the transmission degradation model of underwater images can be obtained through the underwater light field distribution. Giving the optical parameters of water body, the probability model of underwater photon transmission was established. By using the Monte Carlo method to simulate the underwater photon motion, the volume density distribution of the underwater photon scattering points could be obtained and the underwater light field could be solved. Under the condition that the water volume scattering function was spherical symmetry, the underwater light field distribution solved by Monte Carlo method was in good agreement with the results of the theoretical formula, which verified the effectiveness of this method. Finally, the distribution of underwater light field formed by underwater ideal point light source was given. Based on this conclusion, the application range of Monte Carlo method in solving underwater light field can be extended to the case when the water volume scattering function is a general expression.

Key words: underwater photoelectronic imaging; underwater light field; scalar illuminance; Monte Carlo method; photon free path; uniform distribution

引言

水下光电成像技术已经在国民经济、军用领域显示了广阔的应用前景^[1-4], 在水下搜救、水下石油管道巡检、水下施工、水下环境检测、水雷探测、水下入侵检测等方面发挥着越来越重要的作

用。由于水体对光线的吸收和散射作用通常比大气高出 3~6 个数量级, 因而水下光电成像属于强散射介质成像。光线在水下传输过程中, 将形成强烈的水体散射背景, 大大降低了水下图像的对比度, 增加了图像噪声。在水下对空成像中, 除了

收稿日期: 2022-02-07; 修回日期: 2022-09-11

基金项目: 海军装备科研资助项目 (7301×××)

作者简介: 何大华 (1973—), 男, 博士, 高级工程师, 主要从事水下光电成像及图像处理等研究。

E-mail: 470444534@qq.com

跨介质成像畸变^[5-6], 水体散射现象也严重影响对空成像质量。为了获取较高质量的水下光电图像, 人们对自然水体辐射特性进行了研究, 为水体对光线的吸收、散射特性进行建模和理论推导, 利用水下辐射传输方程描述水下光场的分布^[7]。早在 19 世纪初, 人们就用透明度盘测量光线在海中的垂直衰减。20 世纪 60 年代, Duntley 研究了光线被海水吸收和散射的基本性质^[8], 加快了海洋光学的发展, 一些濒海国家研制了各类海洋光学仪器, 极大地提升了海洋光学参数测量能力。例如, AC-S 水体固有光学特性测量仪能够测量海水的吸收和衰减系数, RAMSES 系列水下光谱仪能够测量水下光谱辐亮度及辐照度, 可获得水下光场的基本信息。

理论研究方面, Preisendorfer 提出了比较系统的海洋光学理论, 发展了海洋辐射传递理论, 为水下光场的求解提供了有效的计算方法^[9]。国内研究表明, 在简化的水体参数模型下, 水下光场可利用第二类 Fredholm 积分方程^[10]严格表达, 且可以通过迭代法进行求解^[11]。鉴于海洋环境的复杂性, 在多数情况下难以获得水下光场的精确值, 人们借助 Monte Carlo 法解决了大量水下光场、图像传输乃至水下激光通信遇到的问题^[12-16]。

本文给出了求解水下光场的 Monte Carlo 法, 与文献^[11]的计算结果进行对照, 以验证该方法的有效性, 并给出了水下点光源形成的水下光场的分布曲线。当水体体散射函数为一般形式, 如 Henyey-Greenstein 散射相函数^[17]时, 利用积分方程求解水下光场十分困难, Monte Carlo 法则可成为一种有效的替代方法。

1 光子水下传输 Monte Carlo 概率模型

假设某一波长或频率的准直窄光束在水下传输时能量衰减公式遵循朗伯-比尔定律^[7], 即:

$$P = P_0 \cdot e^{-c \cdot r} \quad (1)$$

式中: P_0 为准直窄光束初始功率; P 为准直窄光束在水下传输距离 r 后的功率; c 为水体衰减系数; a 为吸收系数; b 为散射系数; c 为 a 、 b 之和。

由于光线在水中传输时衰减系数等固有光学参数与波长有关^[8], 当光子的波长或频率改变时, 只要代入对应的参数 c 、 a 、 b 即可。

如果水面平静且无限大, 深度足够大, 则利用 Monte Carlo 方法模拟光子入水后的运动时, 仅

需考虑光子在水中的吸收、散射以及与水气界面的反射、折射过程, 无须考虑光子与水底物质发生的反射吸收现象。单个光子在水下的运动规则如下:

I) 光子自水面向下进入水中, 经自由程 s_1 后到达 p_1 点处。

II) 光子到达水下 p_1 点后, 以概率 a/c 被水体吸收, 模拟结束; 以概率 b/c 存活并发生散射, 散射方向矢量为 (u_1, v_1, w_1) , 散射自由程为 s_2 。

III) 若光子在 s_2 自由程中未碰到水气界面, 则光子从 p_1 点出发, 沿矢量 (u_1, v_1, w_1) 方向运动 s_2 长度后到达水下 p_2 点处; 若光子在 s_2 自由程中碰到水气界面, 则光子折射消失的概率为 $(1-R)$, 存活概率为 R ; 若光子存活则按反射定律确定反射后的运动方向到达 p_2 , 且总运动路程为 s_2 。其中 R 为按 Fresnel 定律^[18]确定的反射率。

IV) 光子到达 p_2 点后, 按照 II) 和 III) 的方法循环处理光子, 直至光子被吸收或折射消失, 模拟结束。

以上各量按以下方法确定。

光子的自由程 s 是一个随机变量, 光子每一次散射的自由程均由下式确定:

$$s = -\frac{1}{c} \cdot \ln \xi \quad (2)$$

式中 ξ 为 $(0, 1)$ 间均匀分布的随机数。

假设水体体散射函数^[7]为球形对称, 即 β 为常数时, 则有:

$$\beta = \frac{b}{4\pi} \quad (3)$$

若体散射函数为球形对称, 则光子发生散射的方向矢量 (u, v, w) 应在 4π 球面空间上均匀分布, 等效于在球面上随机均匀取点。因此, 可建立类似地球仪上的经纬坐标系, 经度 λ 按逆时针方向变化范围为 $(0, 2\pi)$, 纬度 φ 从北极到南极的变化范围为 $(0, \pi)$, 则经纬度 (λ, φ) 可确定球面点坐标, 即:

$$\lambda = 2\pi \cdot \xi_1 \quad (4)$$

$$\varphi = \arccos(1 - 2\xi_2) \quad (5)$$

式中, ξ_1 和 ξ_2 均为 $(0, 1)$ 间均匀分布的随机数。

根据 Fresnel 公式, 非偏振光从水中进入大气时反射率 R 随入射角 α 的变化关系为

$$R = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\alpha - \gamma)}{\sin^2(\alpha + \gamma)} + \frac{\tan^2(\alpha - \gamma)}{\tan^2(\alpha + \gamma)} \right] \quad (6)$$

式中 γ 为折射角。设水体折射率为 n_w , 则有:

$$\sin \gamma = n_w \cdot \sin \alpha \quad (7)$$

当 α 满足下式时发生全反射:

$$\alpha \geq \arcsin \frac{1}{n_w} \quad (8)$$

此时反射率 $R = 1$ 。

2 水下光场 Monte Carlo 法求解

2.1 太阳垂直照射下水下光场 Monte Carlo 法求解

2.1.1 Monte Carlo 法求解思路

问题描述: 在水面平静条件下, 求解照度为 E_0 的平行光垂直入水后形成的水下光场分布。不考虑天空背景光的影响, 水体参数取值如下:

- 水体吸收系数 $a = 0.05/\text{m}$;
- 水体散射系数 $b = 0.05/\text{m}$;
- 水体衰减系数 $c = 0.1/\text{m}$;
- 水体折射率 $n_w = 1.33$ 。

光子散射 Monte Carlo 模拟示意图如图 1 所示。由于对称性, 相同深度下水平各处标量照度必然相同, 因此仅需求解某竖直方向上各点的标量照度。由于与图 1 中虚线水平距离大于 $10 L_{\text{AL}}$ (L_{AL} 为衰减长度) 的光照对虚线处的影响基本可以忽略, 因此, 以虚线为中心往下取半径为 $10 L_{\text{AL}}$ 的圆柱体, 深度无限, 只计算半径为 $10 L_{\text{AL}}$ 圆域内入射光子对虚线处的影响。设水面上垂直向下的光照度为 E_0 , 图 1 中给出了某个光子自 A 点入水后经多次散射至 G 点被吸收的情形。考虑圆柱体上表面内随机均匀入射的光子, 以圆心为中心建立水平极坐标系, 光子入射点坐标为 (r, θ) , 则均匀取点方法如下:

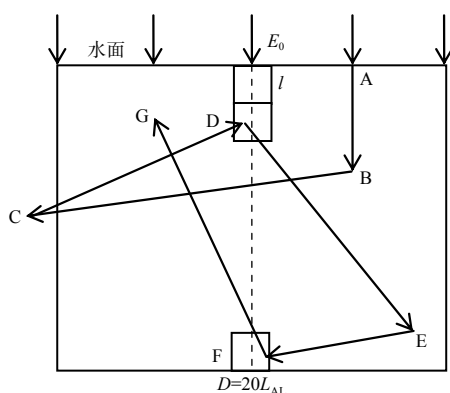


图 1 光子散射 Monte Carlo 模拟示意图

Fig. 1 Monte Carlo simulation diagram of photon scattering

$$r = 10 L_{\text{AL}} \cdot \sqrt{\xi_3} \quad (9)$$

$$\theta = 2\pi \cdot \xi_4 \quad (10)$$

式中 ξ_3 和 ξ_4 均为 $(0, 1)$ 间均匀分布的随机数。每个

光子在生存周期内可能有多个散射点 p_1, p_2, p_3, \dots , 沿虚线依次向下均匀取紧邻的立方体体积元 dV , 边长为 l , 则所有光子运动模拟结束后可求出体积元内的光子散射点体积密度 ρ , 从 ρ 可以推导出每个体积元内的平均标量照度 (具体见 2.1.2 节), 从而得到标量照度随深度的变化, 深度精度为 l 。

虽然对入射光子的范围进行了限制, 但若光子入水后散射到圆柱体之外, 仍然需要继续跟踪, 因为光子有可能再次散射回来进入体积元内。注意图 1 中 C 点虽然不在圆柱体中, 但须继续追踪。

上面给出了 Monte Carlo 法求解水下光场的原理, 但这个方法的计算效率非常低, 导致计算量太大而失去实用性。为了得到较高粒度的水下光场数据, 体积元边长 l 不宜过大, 否则容易产生统计采样噪声^[7], 因此要求入射的光子数足够多才能得到稳定的模拟结果。由于同一深度的水下各处水下光场完全相同, 按下述方法提高光子模拟过程的效率, 可显著减轻上述影响。

如图 2 所示, 光子仅沿一个固定的位置 A 点垂直入射, 将水体按厚度 l 垂直分层。每个光子在生存周期内可能有多个散射点, 则所有光子模拟结束后即可得到某一层水体光子散射点体积密度, 进而推导出该深度处的标量照度。图 2 中给出了某个光子自 A 点入水后经多次散射至 H 点被吸收的情形。

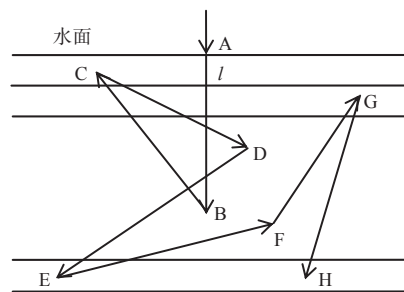


图 2 光子散射 Monte Carlo 模拟加速示意图

Fig. 2 Monte Carlo simulation acceleration diagram of photon scattering

2.1.2 光子散射点体积密度与标量照度的关系

利用 Monte Carlo 法模拟水下光场分布时, 可得水下各处光子散射点体积密度分布。水下光场用标量照度量, 因此需要建立光子散射点体积密度与标量照度的定量关系。

水下一个小体积元对光能量的衰减示意图如图 3 所示。图 3 中, 光照度 E 垂直通过截面积为 S , 厚度为 dx 的长方体体积元, 被体积元吸收和散

射后, 获得光照度增量 dE 。设水体衰减系数为 c , 则有:

$$\frac{dE}{E} = -c \cdot dx \quad (11)$$

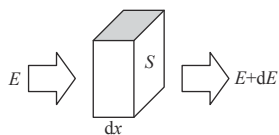


图3 水下体积元对光能量的衰减示意图

Fig. 3 Attenuation diagram of underwater volume element to light energy

对式(11)两端均乘以 S , 并变换得:

$$d(ES) = dP = -Ec \cdot S dx = -Ec \cdot dV \quad (12)$$

式中: P 为照射在体积元截面上的光功率; dV 为体积元的体积。因此可得:

$$E = \frac{-dP}{dV \cdot c} = \frac{|dP|}{dV \cdot c} \quad (13)$$

式中 $|dP|$ 即为体积元上损失的光功率。根据标量照度的定义, 可知体积元内标量照度为

$$E_s = \frac{E}{4} = \frac{|dP|}{dV \cdot 4c} \quad (14)$$

当利用 Monte Carlo 法模拟水下光场分布时, $|dP|$ 对应体积元内被散射和吸收的所有光子的能量总和。假如以 N 个光子来模拟单位时间、单位面积上照度为 E_0 的光束, 则单个光子所对应的能量在数值上为 E_0/N 。假设体积元内光子散射点个数为 dN , 则式(14)变为

$$E_s = \frac{dN \cdot E_0}{dV \cdot 4Nc} = \frac{\rho \cdot E_0}{4Nc} \quad (15)$$

式中 $\rho = dN/dV$ 为体积元内光子散射点体积密度。假如以 N 个光子来模拟功率为 P_0 的光束, 则单个光子所对应的能量在数值上为 P_0/N 。假设体积元内光子散射点个数为 dN , 则式(14)变为

$$E_s = \frac{dN \cdot P_0}{dV \cdot 4Nc} = \frac{\rho \cdot P_0}{4Nc} \quad (16)$$

由式(15)和式(16)可知, 无论是给出了外来光源的照度值还是功率值, 均可以利用 Monte Carlo 法先模拟出水下光子散射点体积密度, 然后求出水下标量照度, 即水下光场分布。

2.1.3 Monte Carlo 法与理论计算结果对比

按照 Monte Carlo 模拟加速方法对水下光场进行计算, 取体积元边长 $s = 0.1$ m, 由水体衰减系数 $c = 0.1/\text{m}$ 可知水体衰减长度 $L_{AL} = 10$ m, 模拟 1×10^7 个光子后获得水下光场曲线, 用时约 6.5 s (运行环境为 MATLAB R2013a, 计算机配置为 Intel i5-

4440@3.10 GHz/4 GB)。

两种方法得到的水下光场曲线如图4所示, Monte Carlo 方法的结果用点线表示, 文献[11]中迭代法的结果用星号曲线表示。图4中横坐标为水深, 纵坐标为标量照度, 深度按间隔为 $s = 0.1$ m 取值, 在 100 m 范围内共 1 000 个点。对于点线而言, 用数组记为

$$M(i), i = 1, 2, 3, \dots, 1\,000$$

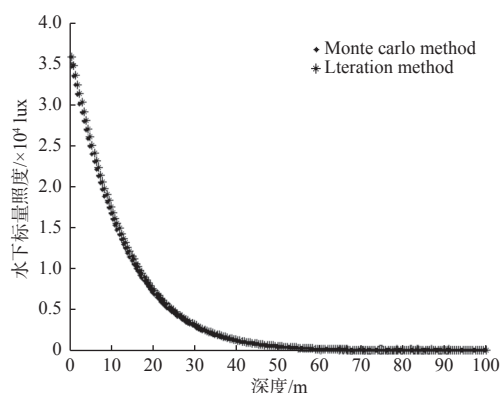


图4 水下光场随深度变化曲线

Fig. 4 Variation curves of underwater light field with depth

文献[11]利用 Fredholm 积分方程给出了严格求解水下光场的迭代法, 相关参数如下:

- 太阳光照度 $E_{\text{sun}} = 10^5$ lux;
- 太阳光入射角 $\alpha = 0^\circ$;
- 水体折射率 $n_w = 1.33$;
- 水体衰减系数 $c = 0.1/\text{m}$;
- 水体吸收系数 $a = 0.05/\text{m}$;
- 水体散射系数 $b = 0.05/\text{m}$;
- 水体体积散射系数 $\beta = 1/80\pi / (\text{m} \cdot \text{s}_r)$;
- 水下光场 $E_i(h)$ 深度间隔 $s = 0.1$ m。

根据以上参数利用迭代法计算得到平静水面下水下光场随深度变化的曲线如图4所示。迭代算法用时约 4 h (程序运行环境同上)。

如图4中的星号曲线, 水下光场 $E_i(h)$ 按深度间隔为 $s = 0.1$ m 取值, 用数组记为

$$N(i), i = 1, 2, 3, \dots, 1\,000$$

将以上两条曲线分别记为 A 和 B, 即

$$A: M(i), i = 1, 2, 3, \dots, 1\,000$$

$$B: N(i), i = 1, 2, 3, \dots, 1\,000$$

则可以用下式度量曲线 A 和 B 的相似度:

$$\rho_{MN} = \frac{\sum_{n=1}^{1000} (M(i) - \bar{M}) \cdot (N(i) - \bar{N})}{\sqrt{\sum_{n=1}^{1000} (M(i) - \bar{M})^2 \cdot \sum_{n=1}^{1000} (N(i) - \bar{N})^2}} \quad (17)$$

代入具体数值,用 MATLAB 的 corr2 函数计算得到:

$$\rho_{MN} = \text{corr2}(M, N) = 0.999\ 98 \quad (18)$$

两条曲线相似度极高,说明 Monte Carlo 法计算结果十分接近文献 [11] 的理论值, Fredholm 积分方程迭代求解方法与本文的 Monte Carlo 法互相印证了对方的正确性。

需要指出的是,尽管采用了 Monte Carlo 模拟加速方法减轻了统计采样噪声的影响,但在光子散射点体积密度较小区域,模拟结果仍然存在较大的起伏。定义曲线 A 和 B 在各处的相对误差 e_{RE} 为

$$e_{\text{RE}} = \frac{M(i) - N(i)}{M(i)} \times 100\% \quad (19)$$

蒙特卡罗法与迭代法的相对误差曲线如图 5 所示。由图 5 可知,利用 Monte Carlo 法模拟的水下光场值与文献 [11] 迭代法的计算结果的相对误差在 $2L_{\text{AL}}$ 内不超过 3%,在 $3L_{\text{AL}}$ 内不超过 5%,在 $5L_{\text{AL}}$ 内不超过 10%。深度继续增加时,相对误差迅速增加,在 $10L_{\text{AL}}$ 时超过了 50%,因为在光子散射点体积密度较小时, Monte Carlo 法的模拟结果随机性大大增加,这是 Monte Carlo 法的固有特点,可以通过增加模拟光子总数 N 来减小随机性,其代价是计算时间大幅增加。

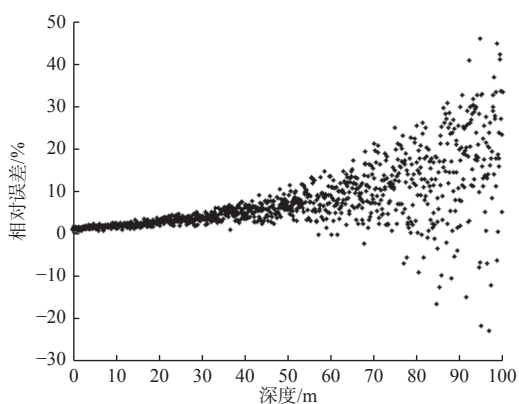


图5 蒙特卡罗法与迭代法的相对误差

Fig. 5 Relative error between Monte Carlo method and iterative method

2.2 水下点光源形成的水下光场

假设一个理想点光源处于足够深的水下,光功率 $P_0 = 1\text{W}$, 求解点光源在其周边形成的水下光场。由于点光源足够深,故可忽略水面下表面反射的影响,因此,水下光场是以点光源为中心的球形对称分布。水下初始光场^[11]为

$$E_t(r) = \frac{P_0}{16\pi r^2} e^{-c \cdot r} \quad (20)$$

式中: c 为水体衰减系数; r 为到点光源的距离。若用文献 [11] 的方法求解水下光场,计算量太大,导致无法求解。下面利用 Monte Carlo 法求解点光源的水下光场,点光源发射光子示意图如图 6 所示。

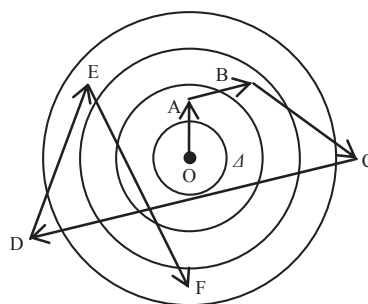


图6 点光源发射光子示意图

Fig. 6 Diagram of point light emitting photons

图 6 中,理想点光源处于水下 O 点处,利用 Monte Carlo 法求解水下光场时,可假定光源从 O 点向上不断发射光子,每个光子在其生命周期内会产生多个散射点。如上所述,可通过光子散射点体积密度 ρ 计算水下光场值。取 O 点为球心,以半径增量 Δ 画一系列同心球,定义 $r=0$ 处的水下光场值为球心在 O 点、半径为 Δ 的球内平均标量照度; $r=\Delta$ 处的水下光场值为 $r=2\Delta$ 和 $r=\Delta$ 之间水体的平均标量照度;以此类推, $r=i\Delta$ 处的水下光场值为 $r=(i+1)\Delta$ 和 $r=i\Delta$ 之间水体的平均标量照度。下面计算 $r=i\Delta$ 处的平均标量照度 E_i 。

设 $r=(i+1)\Delta$ 和 $r=i\Delta$ 之间的体积为 V , 光子散射点个数为 N_i , 则有:

$$V = \frac{4}{3}\pi\Delta^3(3i^2 + 3i + 1) \quad (21)$$

$$\rho = \frac{N_i}{V} \quad (22)$$

假设模拟光子总数为 N , 水体衰减系数为 c , 则根据式(16)可得:

$$E_i = \frac{\rho \cdot P_0}{4Nc} = \frac{\rho}{4Nc} \quad (23)$$

取 $\Delta = 0.1\text{m}$ 绘制水下光场随 r 的变化曲线,如图 7 所示,为了直观显示,纵坐标采用对数表示。

实际上,只有当 $\Delta \rightarrow 0$ 时才能获得点光源精确的水下光场,且在 $r=0$ 处水下光场为无穷大。图 7 给出的是水下光场近似值,旨在说明利用 Monte Carlo 法可以方便地求解点光源的水下光场。对于水下光场在零点处的无穷间断点情形,在实际处

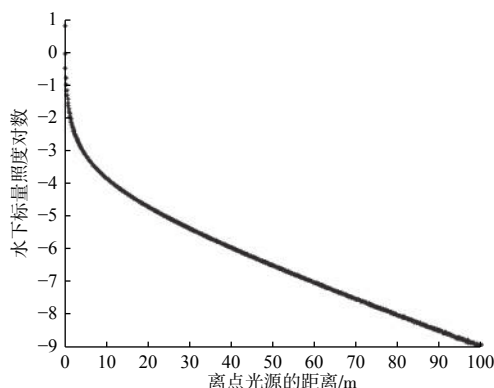


图7 点光源水下光场曲线

Fig. 7 Underwater light field curve of point light source

理时并不会带来任何障碍,这将在另文论述。

水下点光源的水下光场分布对于水下光电成像具有重要意义,据此可推导水体的点扩展函数,进而得到水体的调制传递函数,从而获取图像水下传输模型的完整信息。

3 结论

水下光场是水下光电成像技术研究的基本问题,对水下图像质量有决定性的影响。分析水下光场特点,获得其高精度的解,对于图像复原、改善水下图像质量有重要作用。但由于实际过程中水体边界条件及水体散射相函数十分复杂^[17],使得精确求解水下光场十分困难。Monte Carlo 法可以从微观上模拟光子水下传输过程,并能够根据水体光学参数特点灵活地建立概率模型,在合理优化计算模型的情况下,能够快速求解水下光场分布。

文献[11]给出了一种简单约束条件下水下光场的严格求解方法,通过 Fredholm 积分方程给出了解析解,为 Monte Carlo 法模拟水下光场提供了一个客观的比对标准。本文的研究表明,在给定的约束条件下, Monte Carlo 法求解水下光场具有很高的精确度。

本文给出了体散射函数为球形对称条件下水下光场 Monte Carlo 求解方法,对于具有特定水体边界条件以及非对称体散射函数的情况也是适用的,其应用范围可以扩展至求解一般水体光学参数模型下的水下光场。

参考文献:

[1] JAFFE J S. Underwater optical imaging: The past, the present, and the prospects[J]. *IEEE Journal of Oceanic*

Engineering, 2015, 40(3): 683-700.

[2] KOMATSU S, MARKMAN A, JAVIDI B. Optical sensing and detection in turbid water using multidimensional integral imaging[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(14): 3261-3264.

[3] DARWIESH M, EL-SHERIF A F, AYOUB H S, et al. Hyper-spectral laser imaging of underwater targets[J]. *Journal of Optics*, 2018, 47(4): 553-560.

[4] 胡浩丰, 李校博, 刘铁根. 基于偏振成像的水下图像复原技术研究最新进展[J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(6): 78-90.

HU Haofeng, LI Xiaobo, LIU Tiegeng. Recent advances in underwater image restoration technique based on polarimetric imaging[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(6): 78-90.

[5] 何大华, 李俊瑶. 水下对太阳成像估算海况的新方法[J]. *光学与光电技术*, 2019, 17(1): 11-15.

HE Dahua, LI Junyao. A new method for estimating sea state by underwater solar imaging[J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2019, 17(1): 11-15.

[6] 何大华, 李苏, 李亚鹏. 反向追迹法获取水下对空全景图像[J]. *应用光学*, 2020, 41(5): 929-937.

HE Dahua, LI Su, LI Yapeng. Obtaining water-to-air panoramic images by inverse ray tracing method[J]. *Journal of Applied Optics*, 2020, 41(5): 929-937.

[7] MOBLEY C D. Light and water: Radiative transfer in natural waters[M]. New York: Academic Press, 1994.

[8] DUNTLEY S Q. Light in the sea[J]. *Journal of Optical Society of America*, 1963, 53(2): 214-233.

[9] PREISENDORFER R W. Hydrologic optics[M]. Honolulu, Hawaii: US Department of Commerce, NOAA, Environment Research Laboratories, 1976.

[10] 王元, 文兰, 陈木法. 数学大辞典[M]. 北京: 科学出版社, 2010.

WANG Yuan, WEN Lan, CHEN Mufa. Dictionary of mathematics[M]. Beijing: Science Press, 2010.

[11] 何大华, 李阳阳, 周少杰. 水下光场的迭代求解[J]. *中国光学*, 2022, 15(2): 297-305.

HE Dahua, LI Yangyang, ZHOU Shaojie. Iterative solution of underwater light field[J]. *Chinese Optics*, 2022, 15(2): 297-305.

[12] 苏小雅. 基于蒙特卡罗方法的偏振成像研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.

SUN Xiaoya. Research on polarization imaging based on Monte Carlo method[D]. Harbin: Harbin Industrial Uni-

- versity, 2017.
- [13] 孙贤明, 申晋, 王海华, 等. 用Mie和Henye-Greenstein相函数进行蒙特卡罗辐射传输模拟[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(增刊): 218-221.
- SUN Xianming, SHEN Jin, WANG Haihua, et al. Mie and Henye-Greenstein phase functions in Monte Carlo radiative transfer simulations[J]. Infrared and Laser Engineering, 2010, 39(S): 218-221.
- [14] 肖国梁, 屠大维, 张旭. 同步扫描水下激光成像系统的蒙特卡罗仿真及优化[J]. 激光与红外, 2019, 49(8): 950-955.
- XIAO Guoliang, TU Dawei, ZHANG Xu. Monte Carlo simulation and optimal design of synchronous scanning underwater laser imaging system[J]. Laser & Infrared, 2019, 49(8): 950-955.
- [15] 官斌. 基于蒙特卡罗方法的水体光场传输特性研究[J]. 舰船电子工程, 2020, 40(12): 153-157.
- GUAN Bin. Research on light field transmission characteristics of water body based on Monte Carlo method[J]. Ship Electronic Engineering, 2020, 40(12): 153-157.
- [16] 黄爱萍, 张莹珞, 陶林伟. 蒙特卡罗仿真的水下激光通信信道特性[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(4): 226-231.
- HUANG Aiping, ZHANG Yingluo, TAO Linwei. Monte Carlo simulation on channel characteristics of underwater laser communications[J]. Infrared and Laser Engineering, 2017, 46(4): 226-231.
- [17] TOUBLANC D. Henye-Greenstein and Mie phase functions in Monte Carlo radiative transfer computations[J]. Applied Optics, 1996, 35(18): 3270-3274.
- [18] 张以谟. 应用光学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008.
- ZHANG Yimo. Applied optics[M]. Beijing: Electronics Industry Press, 2008.