

文章编号:1002-2082(2021)02-0207-08

菱形 HSLDS 隔振器负刚度机构质量及摩擦力影响分析

袁屹杰, 纪 明, 张卫国, 伊兴国, 王 毅, 施道云

(西安应用光学研究所, 陕西 西安 710065)

摘要: 以菱形负刚度机构 HSLDS (high static low dynamic stiffness) 隔振器 (简称菱形 HSLDS 隔振器) 为研究目标, 采用虚功法建立负刚度机构等效摩擦力模型, 并以拉格朗日方法建立包含负刚度机构质量及摩擦力因素的动力学方程; 利用谐波平衡法 (HBM) 求解动力学方程, 分析了负刚度机构质量及摩擦力对隔振的影响及其优化措施, 并通过实物样机验证了理论模型的合理性。实验结果表明: 负刚度机构质量及摩擦力对隔振均产生不利影响, 应尽量减小; 将负刚度机构连杆较短侧连接于载荷平台端, 可以减小负刚度机构质量对较高频段隔振性能的影响; 在限定隔振器刚度参数以及铰接副接触参数且同时满足刚度与摩擦力优化条件下, 通过增大连杆机构杆长差的方式可以优化低频段隔振性能, 并降低负刚度机构摩擦力对高频段隔振的影响。

关键词: HSLDS 隔振器; 菱形负刚度机构; 负刚度机构质量; 负刚度机构摩擦力

中图分类号: TN202; TH113.1

文献标志码: A

DOI: 10.5768/JAO202142.0201001

Analysis of mass and friction effect of negative stiffness mechanism of rhombic HSLDS vibration isolator

YUAN Yijie, JI Ming, ZHANG Weiguo, YI Xingguo, WANG Yi, SHI Daoyun

(Xi'an Institute of Applied Optics, Xi'an 710065, China)

Abstract: Taking high static low dynamic stiffness (HSLDS) vibration isolator with rhombic negative stiffness mechanism (rhombic HSLDS isolator) as research object, the equivalent friction model of negative stiffness mechanism was established by virtual work method, and the kinetic equation with factors of negative stiffness mechanism mass and friction was established by Lagrange method. The kinetic equation was solved by harmonic balance method (HBM), the influences of negative stiffness mechanism mass and friction on vibration isolation and optimization measures were analyzed, and the rationality of theoretical model was verified by the prototype. The experimental results show that the mass and friction of negative stiffness mechanism have adverse effect on vibration isolation and should be reduced. Connecting the shorter rod side of negative stiffness mechanism to the end of load platform can reduce influence of the negative stiffness mechanism mass on vibration isolation performance in higher-frequency range. Under condition that stiffness parameters of isolator and contact parameters of hinged pairs are fixed, and the stiffness and friction are satisfied simultaneously, the vibration isolation performance in low-frequency range can be optimized by increasing the rod length difference, and can reduce the influence of negative stiffness mechanism friction on vibration isolation in high-frequency range.

Key words: HSLDS vibration isolator; rhombic negative stiffness mechanism; negative stiffness mechanism mass; negative stiffness mechanism friction

收稿日期: 2020-10-13; 修回日期: 2020-12-06

基金项目: 装备预研兵器工业联合基金项目 (6141B010118)

作者简介: 袁屹杰 (1981-), 男, 博士研究生, 研究员, 主要从事光电系统开发及隔振技术研究。E-mail: mrjyyj@163.com

引言

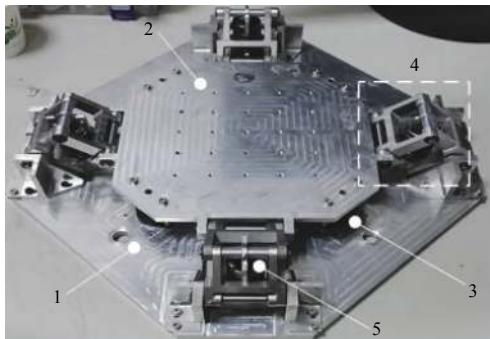
随着光电传感器性能的逐渐提升,对平台隔振的需求也越来越严格^[1]。传统线性隔振器仅能有效隔离频率大于 $\sqrt{2}$ 倍自身谐振频率的扰动,在一些扰动频率较低的应用中,为了满足隔振需求,隔振器刚度需要降低至容易导致失稳的水平。而HSLDS隔振器^[2]则较好地解决了上述问题,在维持一定静刚度的前提下,通过非线性调节,可以降低动态刚度,甚至达到“准零刚度”(QZS)状态^[3],具备良好的应用前景,已成为行业内的研究热点。

目前,HSLDS隔振器的多数研究聚焦于负刚度机构理论研究层面,提出了多种负刚度机构形式^[4-11],对负刚度机构的几何参数、弹性器件参数进行了充分分析。部分研究涉及了非线性隔振下摩擦力直接作用于负载的特性^[12-13]以及几何非线性摩擦力对隔振的影响^[14],但鲜有研究分析负刚度机构的质量及内部摩擦力对隔振的影响。在一些应用中,如采用连杆形式的负刚度机构(特别是多层连杆结构^[10]),内部运动环节较多,摩擦力因素影响较大,并且隔振过程中,负刚度机构也关联地运动,自身质量的影响难以忽视,否则将导致理论分析与实际存在较大差异,不利于指导实践。

针对上述问题,本文以一种具有较灵活刚度非线性调节能力的菱形连杆负刚度机构HSLDS隔振器(简称菱形HSLDS隔振器)为目标,采用虚功法建立负刚度机构等效摩擦力数学模型,构建隔振器拉格朗日方程,并采用谐波平衡法^[15]求解,分析负刚度机构的质量及摩擦力因素对隔振的影响。

1 隔振器建模

菱形HSLDS隔振器如图1所示,由圆周分布的4组菱形负刚度机构与包含4个主隔振器的传



1.振动基座;2.载荷平台;3.主隔振器;4.菱形负刚度机构;5.拉簧

图1 菱形HSLDS隔振器

Fig. 1 Rhombic HSLDS vibration isolator

统隔振平台并联构成。菱形连杆机构的拉簧处于拉伸状态时,菱形连杆机构产生负刚度效应。

1.1 摩擦力建模

为便于分析,本文仅考虑动库伦摩擦,忽略粘滞摩擦影响,同时仅考虑由拉簧产生正压力导致的铰接副摩擦力,忽略铰接副由端面及径向扭转导致的摩擦力,并假定摩擦系数不受外力影响,且A、C处铰接轴不存在绕其轴线的转动,B、D处铰接轴相对于BD连线不存在转动,如图2所示。当4组负刚度机构共同作用时,依据虚功定理存在以下关系:

$$\begin{aligned} & 4[M_1(|d\varphi_1| \mp |d\theta_1|) + M_1(|d\varphi_1| \pm |d\theta_3|) + \\ & M_2(|d\varphi_2| \pm |d\theta_2|) + M_2(|d\varphi_2| \mp |d\theta_4|) + \\ & 2M_1|dy_1| + 2M_2|dy_2|] = F|dh| \end{aligned} \quad (1)$$

式中: M_1 、 M_2 为摩擦力矩; F 为负刚度机构在振动方向的等效摩擦力; $h > 0$,即图2所示状态,在(1)式取上端符号,反之取下端符号。依据设定有: $M_1 = f_1\mu r$ 、 $M_2 = f_2\mu r$,其中 f_1 、 f_2 为连杆压力,μ为接触面摩擦系数,r为铰接轴半径。根据几何关系:

$$d\theta_1 + dy_1 = 0$$

$$d\theta_2 + dy_2 = 0$$

$$d\theta_1 = d\theta_3$$

$$d\theta_2 = d\theta_4$$

$$d\varphi_1 = d\varphi_2$$

(1)式可化为

$$8\mu r(f_1|d\varphi_1| + f_2|d\varphi_2| + f_1|d\theta_1| + f_2|d\theta_2|) = F|dh| \quad (2)$$

依据几何及受力关系,由(2)式可推导出:

$$F = 8\mu r \left[f_1 f_2 |h| \frac{a+b}{abf \sqrt{l^2+h^2}} + (f_1 + f_2) \frac{l}{l^2+h^2} \right] \quad (3)$$

式中 f 为负刚度机构拉簧的弹性力,且又有:

$$f_1 f_2 = \frac{f^2 ab [(l^2 + h^2)^2 - (a^2 - b^2)^2]}{(l^2 + h^2) [4a^2 b^2 - (a^2 + b^2 - l^2 - h^2)^2]} \quad (4)$$

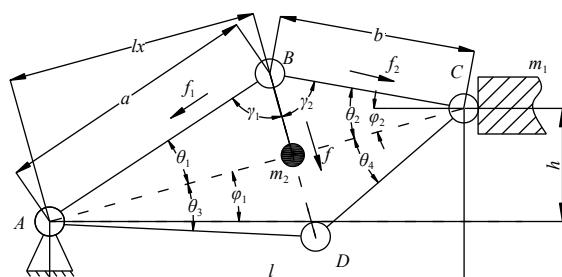


图2 菱形负刚度机构分析图示

Fig. 2 Schematic diagram of rhombic negative stiffness mechanism

$$f_1 + f_2 = \frac{f(a+b)[l^2 + h^2 - (a-b)^2]}{\sqrt{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - l^2 - h^2)^2} \sqrt{(l^2 + h^2)}} \quad (5)$$

联立(3)式~(5)式, 令 $f = k_2 A$, 可得:

$$F = \frac{8\mu r k_2 \Delta (a+b)}{(l^2 + h^2)^{1.5}} \times \left\{ \frac{|h|[(l^2 + h^2)^2 - (a^2 - b^2)^2]}{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - l^2 - h^2)^2} + \frac{l[l^2 + h^2 - (a-b)^2]}{\sqrt{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - l^2 - h^2)^2}} \right\} \quad (6)$$

式中: k_2 为拉簧刚度;

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{4b^2(l^2 + h^2) - (b^2 - a^2 + l^2 + h^2)^2}{l^2 + h^2}} - \\ &\quad \sqrt{\frac{4b^2l^2 - (b^2 - a^2 + l^2)^2}{l^2}} + d_{ki} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 d_{ki} 为菱形 HSLDS 隔振器处于平衡位置(即图 2 中 $h=0$)时负刚度机构拉簧的预拉伸量。

利用 ADAMS 虚拟样机对等效摩擦力模型进行验证, 如图 3 所示, 仿真数据与计算数据吻合得较好, 表明模型是正确的。

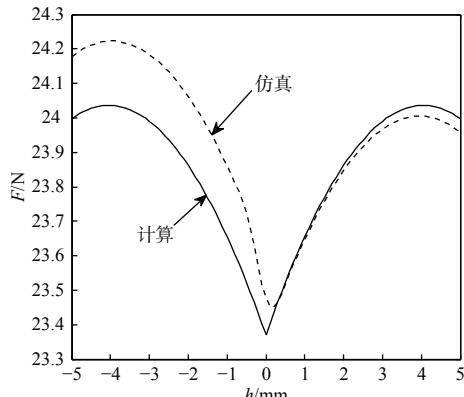


图 3 负刚度机构等效摩擦力验证

Fig. 3 Verification of equivalent friction of negative stiffness mechanism

1.2 动力学方程建模

隔振装置中运动部件质量主要分为有效载荷 m_1 以及负刚度机构质量 m_2 两部分。为简化分析, 将负刚度机构视为集中质量。考虑到拉簧组件及其配合的铰接轴是负刚度机构质量的主要构成部分, 可将质心设定在图 2 中 \overline{BD} 中点位置处。

依据拉格朗日方程有:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dL}{dh'} \right) - \frac{dL}{dh} = Q \quad (8)$$

式中 $L = T - V$, 其中

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 (x_i' + h')^2 + 2m_2 \left[(x_i')^2 + \frac{(a^2 - b^2)(l^2 - h^2) + (l^2 + h^2)^2}{(l^2 + h^2)^2} x_i' h' + \frac{(a^2 - b^2)^2 + 2(a^2 - b^2)(l^2 - h^2) + (l^2 + h^2)^2}{4(l^2 + h^2)^2} (h')^2 \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$$V = \frac{1}{2} k_1 h^2 + 2k_2 (A^2 - d_{ki}^2) \quad (10)$$

$$Q = -Ch' - F \operatorname{sgn}(h') \quad (11)$$

(9) 式中 x_i' 为施加至振动基座的扰动位移, (10) 式中 k_1 与 (11) 式中 C 分别为主隔振器的刚度和与阻尼系数和。

将(9)式~(11)式代入(8)式中, 得:

$$m_1 x_i'' + m_2 \bar{A} x_i'' + m_1 h'' + m_2 \bar{B} h'' - m_2 \bar{C} (h')^2 + k_1 h - 4k_2 \bar{D} + Ch' + 8\mu r k_2 (\bar{F}_1 h \operatorname{sgn}(h) + \bar{F}_2) \operatorname{sgn}(h') = 0 \quad (12)$$

式中相关因子及其泰勒级数简化见(13)式~(18)式, 泰勒级数取至第 3 阶。

$$\begin{aligned} \bar{A} &= 2 \frac{(a^2 - b^2)(l^2 - h^2) + (l^2 + h^2)^2}{(l^2 + h^2)^2} \approx \\ &\quad \bar{A}_0 + \frac{1}{2} \bar{A}_2 h^2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{B} &= \frac{(a^2 - b^2)^2 + 2(a^2 - b^2)(l^2 - h^2) + (l^2 + h^2)^2}{(l^2 + h^2)^2} \approx \\ &\quad \bar{B}_0 + \frac{1}{2} \bar{B}_2 h^2 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \bar{C} &= 2 \frac{(a^2 - b^2)^2 + (a^2 - b^2)(3l^2 - h^2)}{(l^2 + h^2)^3} h \approx \\ &\quad \bar{C}_1 h + \frac{1}{6} \bar{C}_3 h^3 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \bar{D} &= \frac{h \Delta [(l^2 + h^2)^2 - (b^2 - a^2)^2]}{(l^2 + h^2)^{1.5} \sqrt{4b^2(l^2 + h^2) - (b^2 - a^2 + l^2 + h^2)^2}} \approx \\ &\quad \bar{D}_1 h + \frac{1}{6} \bar{D}_3 h^3 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= \frac{(a+b) \Delta [(l^2 + h^2)^2 - (a^2 - b^2)^2]}{(l^2 + h^2)^{1.5} [4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - l^2 - h^2)^2]} \approx \\ &\quad \bar{F}_{10} + \bar{F}_{12} \frac{h^2}{2} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_2 &= \frac{l(a+b) \Delta [l^2 + h^2 - (a-b)^2]}{(l^2 + h^2)^{1.5} \sqrt{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - l^2 - h^2)^2}} \approx \\ &\quad \bar{F}_{20} + \bar{F}_{22} \frac{h^2}{2} \end{aligned} \quad (18)$$

泰勒级数中符号的含义为: $X_0 = X|_{h=0}$, $X_1 = \frac{\delta X}{\delta h}|_{h=0}$, $X_2 = \frac{\delta^2 X}{\delta h^2}|_{h=0}$, 依此类推。

由(7)式、(16)式~(18)式可知,负刚度拉簧的预拉伸量 d_{ki} 与负刚度机构等效摩擦力及隔振器等效刚度参数存在密切关系。为使分析更为直观,引入零位刚度概念,即:

$$\tilde{k} = \bar{K}_{h=0}/k_1 \quad (19)$$

式中 $\bar{K}_{h=0}$ 为隔振器在平衡位置处的等效刚度。依据定义可得 \tilde{k} 与 d_{ki} 的相关性为

$$d_{ki} = \frac{(1-\tilde{k})l^3\sqrt{4b^2l^2-(b^2-a^2+l^2)^2}}{4\alpha[l^4-(a^2-b^2)^2]} \quad (20)$$

式中 $\alpha = k_2/k_1$ 。

1.3 动力学分析方法

本文以绝对位移传递率作为隔振性能评价参数,采用谐波平衡法求解动力学方程。令输入绝对位移为 $x_i = \bar{x}_i \cos \omega t$,输出相对位移分别为 $h = \bar{h} \times \cos(\omega t + \varphi)$ 。

使用傅里叶展开对符号函数 $\text{sgn}(h)$ 及 $\text{sgn}(h')$ 进行简化^[14]:

$$\begin{aligned} \text{sgn}(h) &= \text{sgn}[\bar{h} \cos(\omega t + \varphi)] \approx a_0 + a_1 \cos(\omega t + \varphi) \approx \\ &\quad \frac{4}{\pi} \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \text{sgn}(h') &= -\text{sgn}[\bar{h} \sin(\omega t + \varphi)] \approx b_1 \sin(\omega t + \varphi) \approx \\ &\quad -\frac{4}{\pi} \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (22)$$

令: $\beta = m_2/m_1$, $\Omega = \omega/\omega_n$, $t = \omega_n \tau$, $\omega_n = \sqrt{k_1/m_1}$, $\xi = C/(2\sqrt{k_1 m_1})$ 。将上述表达式代入(12)式,得:

$$\begin{aligned} \{\hat{A} - \hat{D} \cos \varphi\} \cos(\Omega t + \varphi) + [\hat{D} \sin \varphi + \\ \hat{B}] \sin(\Omega t + \varphi) = \hat{C} \cos \Omega t \end{aligned} \quad (23)$$

式中:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= -\left[\left(1+\beta \bar{B}_0\right)\bar{h} + \frac{3}{8}\beta \bar{B}_2 \bar{h}^3\right] \Omega^2 + \\ &\quad \left[\frac{1}{48}\beta \bar{C}_3 \bar{h}^5 + \frac{1}{4}\beta \bar{C}_1 \bar{h}^3\right] \Omega^2 + \\ &\quad \left[\left(1-4\alpha \bar{D}_1\right)\bar{h} - \frac{1}{2}\alpha \bar{D}_3 \bar{h}^3\right] \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \hat{B} &= -\left\{2\xi \bar{h} \Omega + \frac{32\mu\alpha}{\pi} \left[\left(\bar{F}_{10}\bar{h} + \frac{3}{8}\bar{F}_{12}\bar{h}^3\right)\frac{1}{\pi} + \right.\right. \\ &\quad \left.\left.\bar{F}_{20} + \frac{1}{4}\bar{F}_{22}\bar{h}^2\right]\right\} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\hat{C} = \left(1+\beta \bar{A}_0 + \frac{1}{4}\beta \bar{A}_2 \bar{h}^2\right) \bar{x}_i \Omega^2 \quad (26)$$

$$\hat{D} = \frac{1}{8}\beta \bar{A}_2 \bar{h}^2 \bar{x}_i \Omega^2 \quad (27)$$

动力学方程存在以下幅频关系:

$$\begin{cases} \left(\frac{\hat{A}}{\hat{C}+\hat{D}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{B}}{\hat{C}-\hat{D}}\right)^2 = 1 \\ \cos \varphi = \frac{\hat{A}}{\hat{C}+\hat{D}} \end{cases} \quad (28)$$

则隔振装置的绝对位移传递率为

$$T = \frac{\sqrt{\bar{h}^2 + \bar{x}_i^2 + 2\bar{h}\bar{x}_i \cos \varphi}}{\bar{x}_i} \quad (29)$$

2 参数分析

首先,设定如表 1 所示的一般性参数。

表 1 分析参数

Table 1 Analysis parameters

$k_1/\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$	α	\tilde{k}	ξ	l/m	r/m	G/g
80 100	0.75	0.35	0.06	0.07	0.004	1

2.1 摩擦力特性分析

联立(6)式、(7)式和(20)式,等效摩擦力分析数据如图 4 所示。由图 4 可知,在隔振运动过程中,等效摩擦力变化幅度较小,在限定 k_1 、 \tilde{k} 及摩擦系数的条件下(后续分析均基于此限定),负刚度机构的几何参数决定了铰接副的受力情况,对等效摩擦力影响较大,即基准尺寸 l 一定时,杆长 a 、 b 与平衡位置处等效摩擦力呈正相关关系,见图 4 中序号 A、B、C;较长杆较短时,增大两连杆长度的差值(后简称杆长差),平衡位置处等效摩擦力减小,见图 4 中序号 B、D;较长杆较长时,随着杆长差增大,平衡位置处等效摩擦力呈现先减小后增大的趋势,见图 4 中序号 C、E、F。显然,等效摩

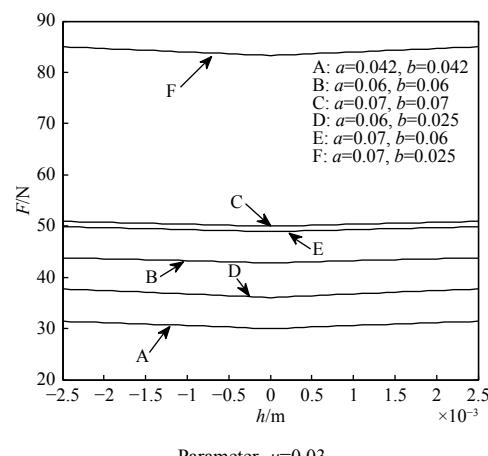


图 4 等效摩擦力几何非线性分析

Fig. 4 Equivalent friction geometric nonlinear analysis

擦力受杆长几何因素的影响, 存在 2 个临界值, 即由杆长差导致的平衡位置处等效摩擦力变化趋势开始发生改变的较长杆杆长临界值, 以及较长杆大于杆长临界值时, 平衡位置处等效摩擦力开始大于连杆等长情况的杆长差临界值。受篇幅限制, 对此本文不展开分析。

2.2 隔振性能分析

负刚度机构质量对隔振的影响如图 5 所示。由图 5 可看出, 随着 β 增加, 即负刚度机构质量增加, 将导致谐振点频率降低, 位移传递率增加, 同时还会提升高频段的位移传递率, 如图 5 中曲线 A、B。

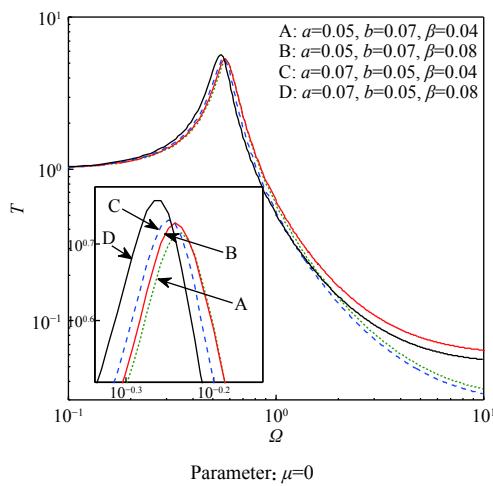


图 5 菱形负刚度机构质量影响分析

Fig. 5 Analysis of mass effect on rhombic negative stiffness mechanism

此外, 当负刚度机构连杆不等长, 且与载荷平台铰接的连杆较短, 即负刚度机构的质心偏向载荷平台一侧时, 在较高频段的位移传递率低于质心偏向振动基座一侧的情况, 如图 5 中曲线 B、D。

负刚度机构摩擦力对隔振性能的影响与阻尼类似, 减小低频段位移传递率, 增大高频段位移传递率, 如图 6 中 B1、B2。菱形 HSLDS 隔振器可以通过增加负刚度连杆机构的杆长或杆长差方式, 对刚度非线性进行设置, 实现隔振优化, 如图 6 中 A1、B1、C1。当摩擦力因素不可忽视时, 增加杆长将增大等效摩擦力, 在优化低频隔振性能的同时, 导致高频隔振性能下降, 如图 6 中 A2、B2; 利用杆长差方式进行调节且同时满足刚度非线性优化与降低摩擦力条件时, 增加杆长差可降低谐振点频率, 改善较低频段隔振性能的同时, 减小摩擦力对高频隔振的不利影响, 如图 4 中 B、D 与图 6 中 B2、C2。

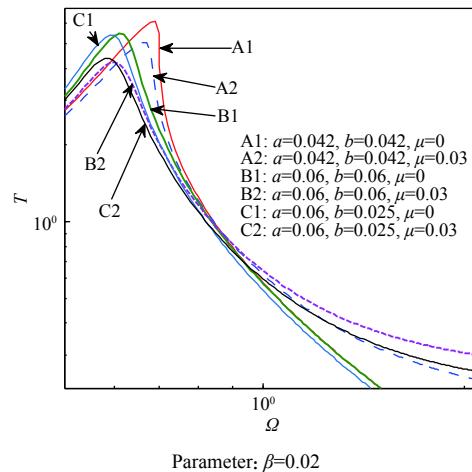


图 6 菱形负刚度机构摩擦力影响分析

Fig. 6 Analysis of friction effect on rhombic negative stiffness mechanism

3 实验验证

3.1 实验分析方法

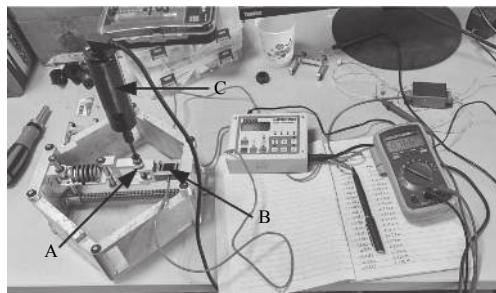
受实验条件限制, 选用两组规格的负刚度机构, 分别对负刚度机构质量因素以及摩擦力因素进行实物测试, 通过与计算结果对比, 验证建模的准确性, 并以此保证分析结果的合理性。

测试中, 组 I 负刚度机构杆长分别为 60.3 mm、49.2 mm; 组 II 负刚度机构杆长分别为 52.4 mm、48.2 mm。所有铰接副采用柔性轴套与钢轴配合方式。第 1 组实验: 在润滑条件下, 通过对调组 I 负刚度机构与振动基座及载荷平台的连接关系, 分析负刚度机构质心位置对隔振性能的影响; 第 2 组实验: 通过改变组 II 负刚度机构铰接副接触面的润滑状态, 分析负刚度机构内部摩擦力对隔振的影响。为确保计算符合实际, 计算中的主要物理数据通过实测方法获得。

3.2 实验数据

采用图 7 所示摩擦力矩测试环境, 对不同受力情况下有、无油脂润滑的铰接副接触摩擦力矩进行测试, 得到图 8 所示的摩擦系数曲线, 其中 AS1、AS2 分别对应 2 个柔性轴套样本。

通过测量, 得到菱形 HSLDS 隔振器处于平衡位置时, 组 I、II 负刚度机构拉簧的拉力分别为 789 N、1 029 N。通过受力分解, 计算得出此时负刚度机构连杆的受力 f_1 、 f_2 , 如表 2 所示。由于连杆分力的差值不大, 根据图 8 摩擦系数变化趋势, 可假定各组计算中摩擦系数是固定的, 摩擦系数



A.被测铰接副;B.拉力传感器;C.力矩传感器

图 7 摩擦力矩测试环境

Fig. 7 Friction torque testing environment

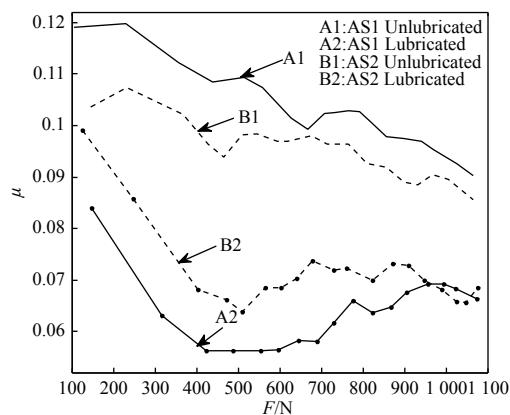


图 8 柔性轴套-钢轴摩擦系数图

Fig. 8 Friction coefficient diagram of flexible sleeve-steel shaft

表 2 负刚度机构实验参数

Table 2 Experimental parameters of negative stiffness mechanism

序号	杆长a/mm	杆长b/mm	\bar{k}	f_1/N	f_2/N	μ	α	β
1	60.3	49.2	0.61	430	575	0.06	0.97	0.027
2	49.2	60.3	0.61	575	430	0.06	0.97	0.027
3	52.4	48.2	0.38	680	741	0.074	1.73	0.024
4	52.4	48.2	0.38	680	741	0.1	1.73	0.024

取值见表 2。其他参数依据测试环境取: $m = 12 \text{ kg}$, $l = 70 \text{ mm}$, 输入扰动加速度幅值 $G=1.4 \text{ g}$, 并设定 $\xi = 0.075$ 。依据表 2 中数据, 通过动力学解算得到图 9 所示传递率计算曲线, 对应实物测试传递率曲线如图 10 所示。图 9 和图 10 中, 序号 0 皆为主隔振器隔振传递率曲线, 且序号 1~4 曲线分别与表 2 中序号 1~4 数据相对应。计算与实测曲线的谐振点参数如表 3 所示。其中序号 0 谐振峰值的计算

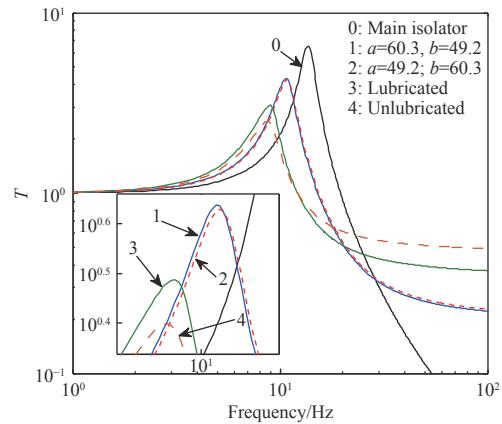
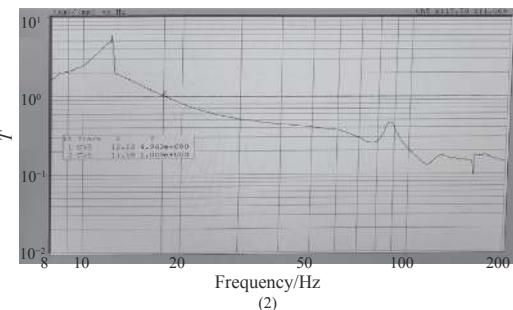
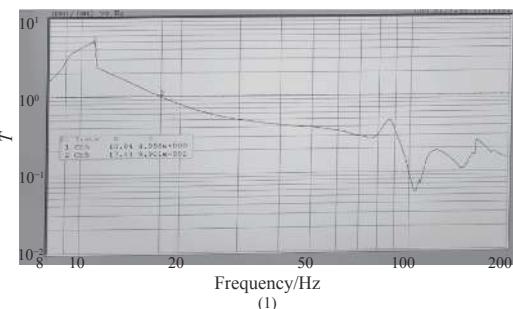
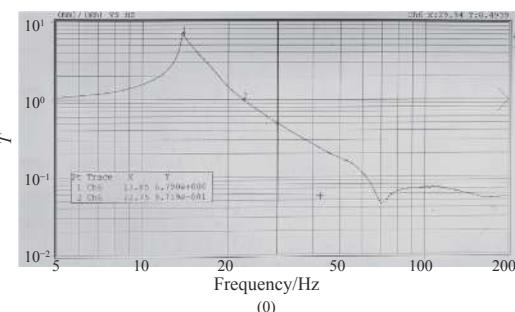


图 9 隔振传递率计算曲线

Fig. 9 Calculation curves of vibration isolation transmissibility

传递率与实验传递率基本一致, 表明主隔振器的计算阻尼与实际是相符的, 在此基础上序号 1~4 的计算与实验谐振峰值数据吻合得较好。在较高频部分, 对比不考虑负刚度机构自身因素的计算数据, 本文提出的计算模型大幅提高了传递率的准确度, 与实验数据具有较高的相符性, 如表 4



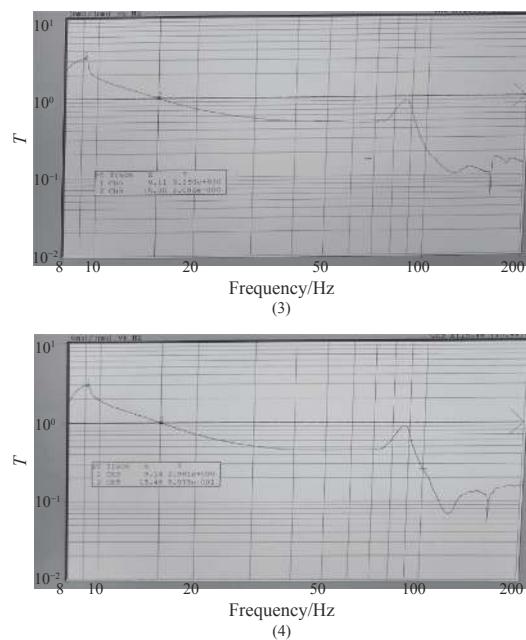


图 10 隔振传递率实验曲线

Fig. 10 Experimental curve of vibration isolation transmissibility

表 3 谐振点参数

Table 3 Resonance point parameters

序号	计算谐振频率/Hz	计算传递率	实验谐振频率/Hz	实验传递率
0	13.85	6.71	13.85	6.79
1	10.66	4.34	10.84	4.96
2	10.80	4.25	12.12	4.94
3	9.00	3.07	9.11	3.25
4	8.73	2.50	9.14	2.98

表 4 较高频率段参数

Table 4 Parameters of higher frequency band

序号	频率/Hz	未考虑负刚度机构因素的计算传递率	本文计算传递率	实验传递率
1	30	0.171	0.320	0.498
	50	0.068	0.251	0.399
2	30	0.171	0.328	0.501
	50	0.068	0.257	0.401
3	30	0.119	0.433	0.545
	50	0.055	0.394	0.495
4	30	0.119	0.547	0.500
	50	0.055	0.513	0.445

所示。同时还可观察到, 序号 1 在较高频部分(如 30 Hz 与 50 Hz)的传递率略低于序号 2, 这与理论

分析结果一致; 但润滑状态的序号 3 在较高频的传递率反高于非润滑状态的序号 4, 这与逻辑分析结果相悖, 分析其原因与采用的润滑方式有关。在较高频段, 转动副的相对转动位移量较小, 受润滑脂的粘滞效应影响导致实际摩擦系数增大, 因而产生与理论分析结果不符的现象。

4 结论

针对菱形 HSLDS 隔振器, 对负刚度机构的等效摩擦力进行建模, 将负刚度机构的质量、摩擦力因素纳入动力学方程, 并通过实物测试验证了上述数学模型的准确性。得出以下结论:

1) 增加负刚度机构质量对低频段隔振的影响与增加有效负载情况类似, 同时会恶化高频段隔振性能, 在隔振器设计中应尽量减小负刚度机构的质量; 当负刚度机构质量一定且连杆不等长时, 可将较短连杆的一侧、即质心偏向侧, 铰接于载荷平台, 以减小负刚度机构质量对高频段隔振性能的影响。

2) 负刚度机构铰接副摩擦力对隔振的影响与阻尼类似, 应尽量减小负刚度机构铰接副摩擦力。当摩擦系数难以充分降低时, 在隔振刚度要求一定且摩擦系数受外力影响较小的情况下, 可以利用杆长差对刚度及摩擦力的优化特性, 实现宽频段隔振优化。

参考文献:

- [1] DONG Zaitian, ZHANG Yijun, TAO Zhong, et al. Influence of vibration on transfer function of television imaging system[J]. *Journal of Applied Optics*, 2016, 37(3): 347-352.
董再天, 张一军, 陶忠, 等. 振动对电视的成像系统传递函数的影响研究[J]. *应用光学*, 2016, 37(3): 347-352.
- [2] CARELLA A. Passive vibration isolators with high-static-low-dynamic-stiffness[D]. Southampton: University of Southampton, 2008.
- [3] XU Jian. Advances of research on vibration control[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2015, 36(4): 547-565.
徐鉴. 振动控制研究进展综述[J]. 力学季刊, 2015, 36(4): 547-565.
- [4] THANH D L, KYOUNG K A. A vibration isolation system in low frequency excitation region using negative stiffness structure for vehicle seat[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(26): 6311-6355.

- [5] LAN Shuang, YANG Xiaoxiang. Design, analysis and simulation of a novel quasi-zero stiffness vibration system[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2018, 40(3): 515-521.
蓝双, 杨晓翔. 新型准零刚度系统的设计、分析与仿真[J]. 机械强度, 2018, 40(3): 515-521.
- [6] LIU X T, HUANG X C, HUA H X. On the characteristics of a quasi-zero stiffness isolator using Euler buckled beam as negative stiffness corrector[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(14): 3359-3376.
- [7] WANG Yunfeng, LI Bo, WANG Litong. Micro-vibration isolation performance of a clamped-clamped buckled beam quasi-zero-stiffness isolator[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(15): 124-129.
王云峰, 李博, 王利桐. 两端固支屈曲梁准零刚度隔振器的微振动隔振性能分析 [J]. 振动与冲击, 2018, 37(15): 124-129.
- [8] ZHOU J X, WANG X L, XU D L, et al. Nonlinear dynamic characteristics of a quasi-zero stiffness vibration isolator with cam-roller-spring mechanisms[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 346(13): 53-68.
- [9] HAN Junshu, SUN Jinggong, MENG Lingshuai. Design and characteristics analysis of a nonlinear vibration isolator using a curved surface-spring-roller mechanism as negative stiffness element[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, 38(3): 170-178.
韩俊淑, 孙景工, 孟令帅. 一种曲面-弹簧-滚子机构的非线性隔振器特性分析 [J]. 振动与冲击, 2019, 38(3): 170-178.
- [10] SUN X T, JING X J. Multi-direction vibration isolation with quasi-zero stiffness by employing geometrical nonlinearity[J]. *Mech. Syst. Signal Process.*, 2015, 62/63: 149-163.
- [11] LAN Shuang, YANG Xiaoxiang. Design and dynamics simulation of a scissor-type quasi-zero stiffness vibration isolator[J]. *Machine Design and Research*, 2017, 33(2): 20-24.
蓝双, 杨晓翔. 剪叉式准零刚度隔振器的设计及其动力学仿真[J]. 机械设计与研究, 2017, 33(2): 20-24.
- [12] YU H J, XU Y H, SUN X T. Analysis of the non-resonance of nonlinear vibration isolation system with dry friction[J]. *Journal of Mechanical Science & Technology*, 2018, 32(4): 1489-1497.
- [13] DONMEZ A, CIGEROGLU E, OZGEN G O. An improved quasi-zero stiffness vibration isolation system utilizing dry friction damping[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 101: 107-121.
- [14] LIU Xingtian, CHEN Shuhai, WANG Jiadeng, et al. Anlysis of the dynamic behavior and performance of a vibration isolation system with geometric nonlinear friction damping[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(2): 371-379.
刘兴天, 陈树海, 王嘉登, 等. 几何非线性摩擦阻尼隔振系统动力学行为研究 [J]. 力学学报, 2019, 51(2): 371-379.
- [15] KOVACIC I, BRENNAN M J, WATERS T P. A study of a nonlinear vibration isolator with a quasi-zero stiffness characteristic[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 315(3): 700-711.