

文章编号:1002-2082 (2020) 05-1122-07

# 空心微瓶谐振腔的曲率模型及其传输特性研究

侯峰裕, 王梓杰, 余 洋, 孙 航, 杨 勇, 张小贝

(上海大学 通信与信息工程学院 特种光纤与光接入网重点实验室, 上海 200444)

**摘要:** 提出了有关空心微瓶谐振腔的曲率变化模型并且研究了曲率对其传输特性的影响。仿真分析了微瓶谐振腔内回音壁模式的分布情况, 随着曲率的增加, 微瓶谐振腔对回音壁模式的束缚能力越强, 使得内部光场能量也相应增加。通过控制熔接机的放电次数制得不同曲率的空心微瓶谐振腔, 并且根据理想气体状态方程, 推导了制备工艺中曲率模型, 研究了空心微瓶谐振腔的曲率随放电次数的变化趋势。实验结果表明, 曲率越大的空心微瓶谐振腔品质因子越高, 可达到  $7.26 \times 10^5$ , 该结论在提升谐振腔的品质因子方面具有重要价值。

**关键词:** 光纤光学; 空心微瓶谐振腔; 回音壁模式; 曲率; 理想气体状态方程; 传输特性

中图分类号: TN253

文献标志码: A

DOI: [10.5768/JAO202041.0508001](https://doi.org/10.5768/JAO202041.0508001)

## Research on curvature model and transmission characteristics of hollow micro-bottle resonator

HOU Fengyu, WANG Zijie, YU Yang, SUN Hang, YANG Yong, ZHANG Xiaobei

(Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, School of Communication and Information  
Engineering, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

**Abstract:** The curvature change model of the hollowed micro-bottle resonator was proposed and the influence of curvature on its transmission characteristics was studied. Firstly, the distribution of the whispering-gallery mode in the micro-bottle resonator was analyzed by the simulation. The restriction to the whispering-gallery mode by the micro-bottle resonator became stronger with the increase of curvature, which resulted in the higher energy of the internal light field. Then, the hollowed micro-bottle resonators with different curvature were fabricated by controlling the discharge times of the fusing splicer. And according to the equation of ideal gas state, the curvature model in the fabrication process was derived and the variation trend of the curvature for hollowed micro-bottle resonator with the discharge times was studied. The experimental results show that the quality factor can be enhanced with the increase of curvature, which can reach to  $7.26 \times 10^5$ . This conclusion has important value in improving the quality factor of the resonator.

**Key words:** optical fiber optics; hollow micro-bottle resonator; whispering-gallery mode; curvature; equation of ideal gas state; transmission characteristics

## 引言

近年来, 支持光学回音壁模式 (whispering gallery mode, WGM) 的谐振腔受到了人们的广泛关注。这些谐振腔基于全反射原理将光限制在其内部, 使其具有高品质量因子 (quality factor,  $Q$ -factor) 和小模式体积的特性<sup>[1]</sup>。WGM 谐振腔的结构主要

包括微球<sup>[2-3]</sup>、微环<sup>[4]</sup>、微盘<sup>[5]</sup>和微环芯<sup>[6]</sup>等。这些类型的谐振腔主要将 WGM 限制在各自的赤道面上, 因此它们通常被视为二维谐振腔<sup>[7]</sup>。随后, WGM 谐振腔的研究扩展到了微瓶谐振腔。由于其自身的非球面特性, 它将 WGM 限制在轴向上的 2 个转折点之间, 使其不仅支持沿赤道面环绕的

收稿日期: 2020-03-18; 修回日期: 2020-04-17

基金项目: 国家自然科学基金 (61875116, 61675126); 上海市自然科学基金 (18ZR1415200); 武汉光电国家实验室开放课题 (2018WNLOKF014)

作者简介: 侯峰裕 (1995-), 男, 硕士研究生, 主要从事微瓶谐振腔的磁场传感特性研究。E-mail: [houfengyu@shu.edu.cn](mailto:houfengyu@shu.edu.cn)

通信作者: 张小贝 (1982-), 男, 博士, 教授, 主要从事特种光纤器件、光学谐振腔和光纤传感研究。E-mail: [xbzhang@shu.edu.cn](mailto:xbzhang@shu.edu.cn)

径向 WGM, 还支持在轴向上传输的 WGM<sup>[8]</sup>。这种轴向限制作用使微瓶谐振腔又被称为三维谐振腔。这种对光的三维限制能力提升了腔内的光场能量和光子寿命, 因此微瓶谐振腔被广泛应用于低阈值激光器<sup>[9]</sup>、传感器<sup>[10]</sup>和腔光力学<sup>[11]</sup>等领域。

微瓶谐振腔独特的限制作用吸引了众多学者研究其传输特性<sup>[12-14]</sup>。2009 年, 英国南安普顿大学的 G. Murugan 等通过熔接机放电并同时推进的方法制备出了微瓶谐振腔<sup>[15]</sup>, 分析了沿着微瓶谐振腔不同耦合位置所激发的传输谱特性。2016 年, 复旦大学的 L. Xu 等通过引入紫外光固化胶作为损耗单元, 选择性地抑制微瓶谐振腔的模式谐振, 降低了微瓶谐振腔传输谱的模式密度<sup>[16]</sup>。2018 年, 浙江师范大学的 G. Wu 等基于有限元数值分析法研究了曲率对空心微瓶谐振腔传输特性的影响<sup>[17]</sup>。文中通过控制熔接机对石英毛细管的放电次数制备出了不同曲率的空心微瓶谐振腔<sup>[18]</sup>, 根据理想气体状态方程推导出了曲率变化模型, 并且通过实验研究了不同曲率下空心微瓶谐振腔的传输特性。

## 1 轴向 WGM 的理论仿真

微瓶谐振腔可以将 WGM 限制在轴向方向上的 2 个转折点  $\pm Z_c$  之间<sup>[19]</sup>。图 1 为微瓶谐振腔的几何结构, 红线表示轴向 WGM。微瓶半径  $R(Z)$  沿  $Z$  轴方向的变化情况可以通过二次谐波函数来近似<sup>[8]</sup>:

$$R(Z) \approx R(0) / \sqrt{1 + (\Delta k Z)^2} \quad (1)$$

式中:  $Z=0$ , 即表示在微瓶谐振腔的中心位置处, 此时  $R(0)$  是微瓶谐振腔的最大半径;  $\Delta k$  表示微瓶谐振腔的曲率,  $\Delta k$  越大则意味着微瓶谐振腔的鼓起程度越大, 当  $\Delta k=0$  时, 该结构等同于微柱型谐振腔。

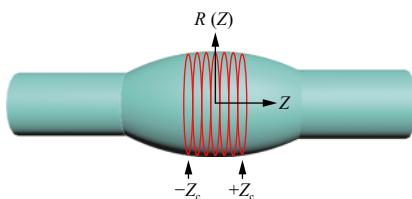


图 1 微瓶谐振腔示意图

Fig. 1 Schematic of micro-bottle resonator

在  $Z$  轴方向上, 电场  $E_Z$  可以类比一维谐振子问题, 相应的解可以表示为<sup>[19]</sup>

$$E_Z = \left[ \frac{2m\Delta k}{\pi \cdot 2^{2q+1} \cdot (q!)^2 \cdot R(0)} \right]^{\frac{1}{4}} H_q \left( \sqrt{\frac{m\Delta k}{R(0)}} Z \right) \cdot \exp \left( -\frac{m\Delta k}{2R(0)} Z^2 \right) \quad (2)$$

式中:  $m$  是方位角量子数;  $q$  是轴向量子数;  $H_q$  为第  $q$  阶的 Hermite 多项式。

研究不同曲率下微瓶谐振腔中轴向 WGM 的分布情况。根据(1)式可以得到微瓶谐振腔的轮廓曲线, 结果如图 2(a) 所示。对应的  $\Delta k$  分别为  $0.008 \mu\text{m}^{-1}$ 、 $0.007 \mu\text{m}^{-1}$ 、 $0.006 \mu\text{m}^{-1}$ 、 $0.005 \mu\text{m}^{-1}$  和  $0.004 \mu\text{m}^{-1}$ 。随着  $\Delta k$  的增加, 微瓶谐振腔的  $R(0)$  也随之增加。然后, 将上述曲率代入到(2)式中并设置参数  $R(0)=70 \mu\text{m}$ ,  $m=370$ ,  $q=0$ , 可以得到腔内 WGM 的光场分布情况, 结果如图 2(b) 所示。 $|E_z|^2$  表示光场的能量幅值。从图 2(b) 中可以观察出: 随着  $\Delta k$  的增加,  $\pm Z_c$  之间的距离会减小, 光场幅值  $|E_z|^2$  会不断增大。结果表明, 曲率越大的微瓶谐振腔对光的束缚能力越强, 相应的腔内能量也会越高, 有助于增强光与外界物质之间的相互作用, 从而实现高灵敏传感<sup>[20]</sup>。

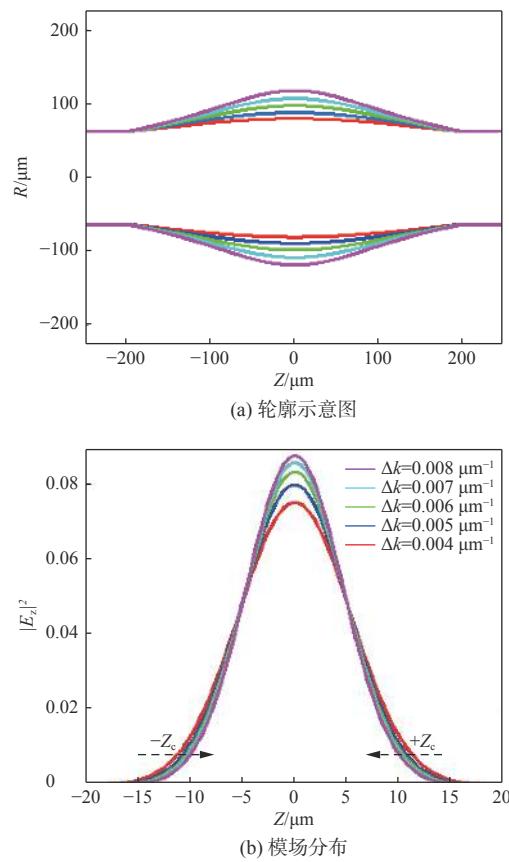


图 2 不同曲率情况下空心微瓶谐振腔的轮廓示意图和模场分布

Fig. 2 Outline schematic and mode field distribution of hollowed micro-bottle resonator with different curvature  $\Delta k$

此外,将参数中的  $\Delta k$  设置为恒定值  $0.003 \mu\text{m}^{-1}$ , 改变轴向量子数  $q$  分别为 0、1、2 和 3, 得到的光场分布情况如图 3 所示。随着  $q$  值的增加, 激发出的轴向 WGM 数量增加。模式的轴向阶次越高, 光场越会朝着远离中心的位置拓展, 但模式总是被限制在微瓶谐振腔的轴向方向上, 呈现出两边幅值高于中间幅值的情况。

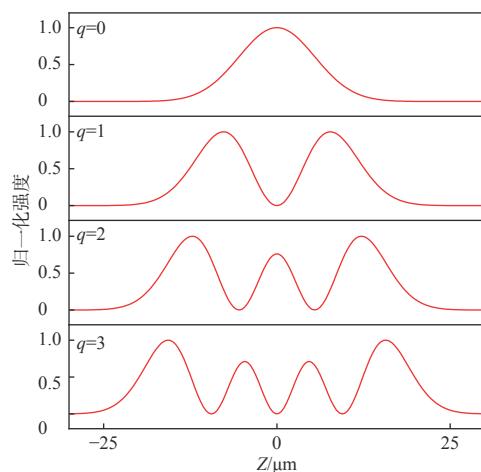


图 3 轴向量子数  $q$  分别为 0、1、2 和 3 时所对应的轴向模式分布情况

Fig. 3 Axial mode distribution with axial quantum number  $q$  of 0, 1, 2 and 3, respectively

## 2 器件制备

空心微瓶谐振腔是基于内径和外径分别为  $75 \mu\text{m}$  和  $126 \mu\text{m}$  的去涂覆石英毛细管 (Innosep TSP075150) 所制成的, 制备过程如图 4 所示。首先, 使用熔接机 (FITEL S178) 对石英毛细管的一端进行放电密封, 放电强度为 100 bit, 放电时间为 700 ms。然后, 将另一端与注射泵相连, 推动注射泵增加石英毛细管纤芯内的气压。最后在放电强度为 1 bit 和放电时间为 300 ms 的条件下, 通过电极放电使熔融的石英毛细管内部气压受热膨胀形成瓶状结构。

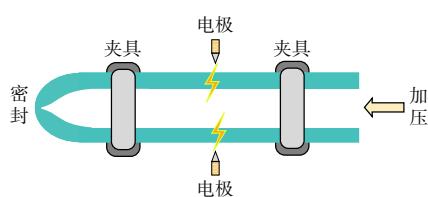


图 4 空心微瓶谐振腔的制备示意图

Fig. 4 Fabrication schematic of hollowed micro-bottle resonator

通过控制熔接机的放电次数, 可以实现对空心微瓶谐振腔的尺寸控制。而随着鼓起程度的增大, 石英毛细管的壁厚将会减小, 采用表面积守恒法可以实现对壁厚的理论计算。图 5 中插图所示为空心微瓶谐振腔放电前后的横截面示意图。左边是未放电的石英毛细管, 右边是放电之后的情况。图 5 中  $R_1$  表示石英毛细管在放电前的外半径 ( $63 \mu\text{m}$ ),  $R_2$  表示其相应的内半径,  $R_3$  表示放电后的最大半径,  $d$  表示其相应的壁厚。此外, 熔接机有上下两个相对的电极, 可以保证石英毛细管在任一横截面上受到的温度是均匀且相等的, 所以从横截面看去石英毛细管在放电前后的变化是均匀的, 并且无论放电几次, 理论上该圆环的表面积都应近似恒定。根据该理论可得:

$$\pi(R_1^2 - R_2^2) = \pi[R_3^2 - (R_3 - d)^2] \quad (3)$$

根据(3)式可以得到不同尺寸下空心微瓶谐振腔所对应的理论壁厚, 如图 5 中曲线所示。随着空心微瓶谐振腔的尺寸增大, 相对应的壁厚也就越小。

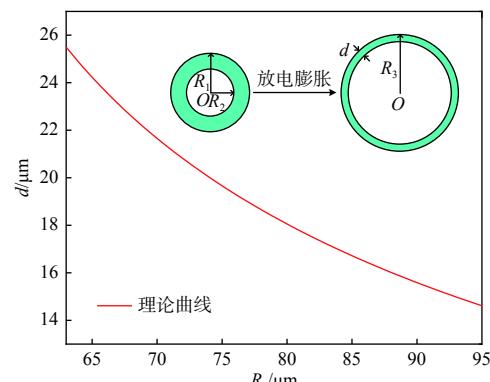


图 5 最大半径  $R_3$  与壁厚  $d$  之间的理论关系

Fig. 5 Theoretical relationship between maximum radius  $R_3$  and wall thickness  $d$

然后分析了不同放电次数下空心微瓶谐振腔的曲率变化。假设每次推动注射泵后造成石英毛细管纤芯内的气压变化为  $P_x$ , 温度变化为  $T_x$ 。体积为  $V_x$ , 即为石英毛细管的体积。设置熔接机的放电时间为 300 ms, 对其放电之后, 温度上升到  $T_1$ 。通常, 熔接机的放电时间比石英毛细管的膨胀时间长。因此, 当温度仍为  $T_1$  时, 纤芯内的气压已经降低到标准大气压  $P_0$ 。根据理想气体状态方程,  $PV=n_{\text{gas}}R_{\text{gas}}T$ , 其中  $P$ 、 $V$  和  $T$  分别是理想气体的压强、体积和热力学温度,  $n_{\text{gas}}$  是气体物质的量,  $R_{\text{gas}}$  是理想气体常数。在放电前,  $V_x=nRT_x/P_x$ 。当放

电次数为1时,  $V_1=nRT_1/P_o$ , 其中  $T_1=Tx+k$ ,  $k$  为电极放电所导致的温度变化。因此, 可以得到以下公式:

$$V_1 = \frac{nR(T_x+k)}{P_o} = V_x \left( \frac{P_x}{P_o} + \frac{P_x k}{P_o T_x} \right) \quad (4)$$

由于石英毛细管已经过1次放电, 所以再次推动注射泵后, 初始条件变为  $V_1=nRT_x/P_x$ 。当放电次数为2时,  $V_2=nR(T_x+k)/P_o$ , 可以推导出  $V_2$  的表达式:

$$V_2 = V_x \left( \frac{P_x}{P_o} + \frac{P_x k}{P_o T_x} \right)^2 \quad (5)$$

以此类推, 当放电次数为  $N$  时, 体积  $V_N$  可以表示为

$$V_N = V_x \left( \frac{P_x}{P_o} + \frac{P_x k}{P_o T_x} \right)^N \quad (6)$$

并且在制备过程中, 石英毛细管的两端被夹具固定, 在水平方向没有施加任何力。电极放电产生的高斯状电弧宽度也是固定的。因此, 空心微瓶谐振腔的轴向长度可以近似看作是固定的。图6中插图所示是放电次数分别为2、3、4和5次时制备的空心微瓶谐振腔。经过测量轴向的长度约为400 μm, 对应的最大半径  $R_3$  分别为68.5 μm、74 μm、76.5 μm和91 μm。通过(1)式可以求得上述尺寸所对应的曲率  $\Delta k$  分别为0.002 2 μm<sup>-1</sup>、0.003 2 μm<sup>-1</sup>、0.003 5 μm<sup>-1</sup>和0.005 3 μm<sup>-1</sup>。通过热膨胀形成的空心微瓶谐振腔可以视为圆柱体和椭球体的组合:

$$V_N = \frac{4\pi\Delta R^2 L}{3} + V_x \quad (7)$$

式中:  $\Delta R=R_3-R_1$ ;  $L$  表示空心微瓶谐振腔沿  $Z$  轴的一半长度。所以我们可以得到下式:

$$\frac{4\pi\Delta R^2 L}{3} + V_x = V_x \left( \frac{P_x}{P_o} + \frac{P_x k}{P_o T_x} \right)^N \quad (8)$$

由于  $R_3=\Delta R+R_1$ , 结合(8)式可得  $R_3$  与  $N$  的关系:

$$R_3 = \sqrt{\frac{3V_x \left[ \left( \frac{P_x}{P_o} + \frac{P_x k}{P_o T_x} \right)^N - 1 \right]}{4\pi L}} + R_1 \quad (9)$$

根据描述微瓶谐振腔轮廓的(1)式, 可以求得曲率  $\Delta k$  与放电次数  $N$  之间的关系:

$$\Delta k = \frac{\sqrt{\left( \frac{R_3}{R(Z)} \right)^2 - 1}}{Z} \quad (10)$$

根据(10)式可以计算出图6中反映  $\Delta k$  与  $N$  之间关系的曲线, 插图为放电次数分别是2、3、4和

5时器件的显微镜图像。参数  $Z=200 \mu\text{m}$ ,  $R(Z)=63 \mu\text{m}$ 。参数  $S=P_x/P_o + (P_x k)/(P_o T_x)$ , 取值为2.5。结果表明, 随着放电次数的增加,  $\Delta k$  的增长速率变大。实验结果符合理论曲线的变化趋势。

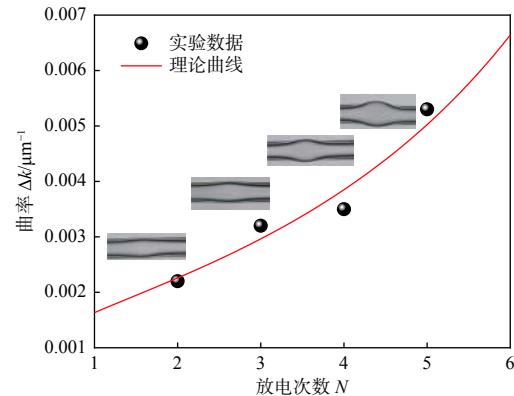


图6 放电次数  $N$  和曲率  $\Delta k$  之间的关系

Fig. 6 Relationship between discharge times  $N$  and curvature  $\Delta k$

### 3 传输特性分析

通过锥腰直径为2 μm的微纳光纤融锥与空心微瓶谐振腔耦合来激发WGM, 实验装置如图7所示。图7中红色线路表示光路, 黑色线路表示电路。空心微瓶谐振腔与微纳光纤融锥之间的耦合距离由2个分辨率为20 nm的三维调整架(Thorlabs NanoMax300)来精确控制。利用CCD( charge-coupled device, 电荷耦合器件)观察两者之间的位置, 图7中的图像即为在CCD下观察到的耦合情况。并且为了提高耦合实验的稳定性, 将微纳光纤融锥贴在空心微瓶谐振腔的表面。然后, 可调谐激光器(Agilent 8164)发出的光经过偏振控制器(Newport F-POL-APC)后耦合到空心微瓶谐振腔中, 其中光功率为100 μW, 偏振控制器用来调节光的偏振态。光信号经过光电探测器(Thorlabs DET08CFC/M)转化为电信号后被示波器(Tektronix MSO4104)记录。

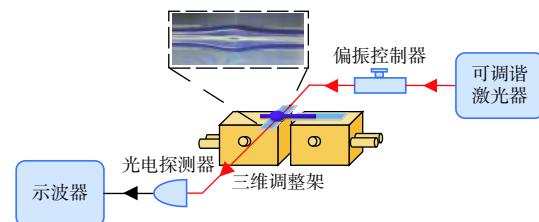


图7 实验装置示意图

Fig. 7 Schematic of experimental device

搭建好上述装置后,选取曲率 $\Delta k$ 分别为 $0.002\ 2\ \mu\text{m}^{-1}$ 、 $0.003\ 2\ \mu\text{m}^{-1}$ 、 $0.003\ 5\ \mu\text{m}^{-1}$ 和 $0.005\ 3\ \mu\text{m}^{-1}$ 的空心微瓶谐振腔进行测试。测试结果如图 8 所示。从图 8 中可以观察到在 $1\ 545\ \text{nm} \sim 1\ 550\ \text{nm}$ 范围内,丰富且密集的 WGM 被有效激发。这是由于瓶状结构的非球面特性使得空心微瓶谐振腔支持 2 种方向上的模式,一种是在赤道面环绕的径向 WGM,另一种是在轴向上螺旋传播的轴向 WGM。并且谐振波长和激发强度还取决于微纳光纤融锥与谐振腔模场之间的相位匹配程度和空间重叠度<sup>[15]</sup>。当微纳光纤融锥放置在空心微瓶谐振腔的中心附近时,所有的轴向 WGM 是最容易被激发的。

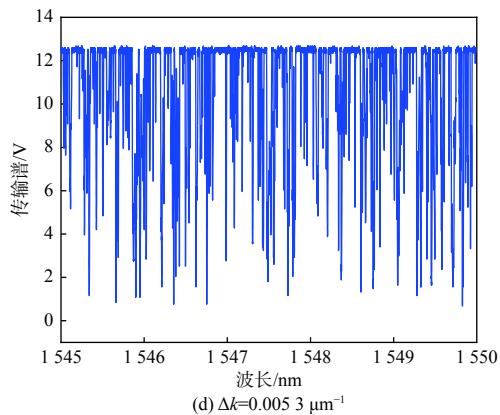
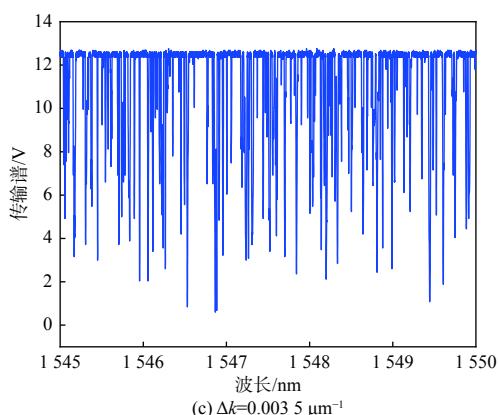
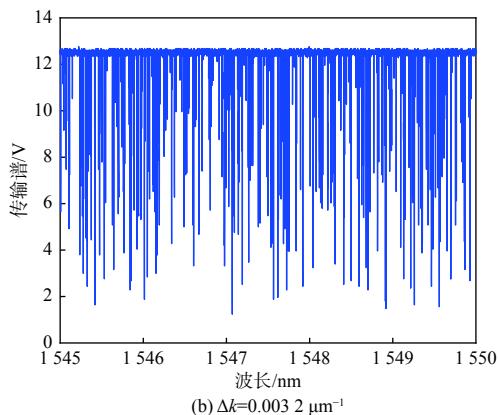
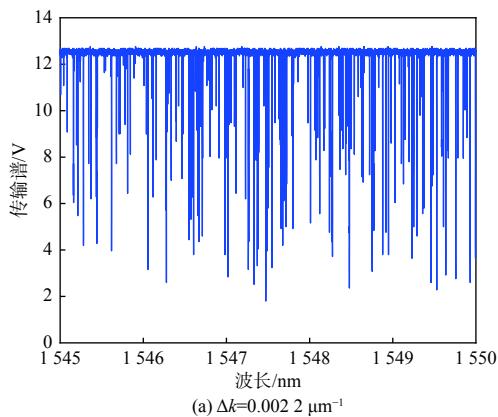
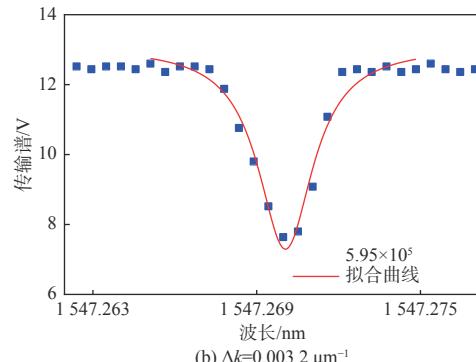
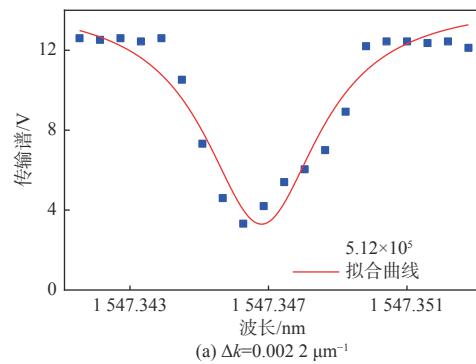
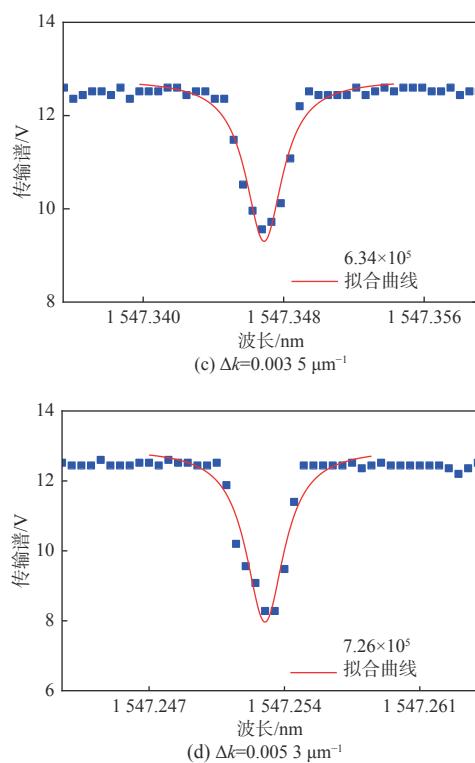


图 8 不同曲率 $\Delta k$ 对应的实验结果

Fig. 8 Experimental results corresponding to different curvature  $\Delta k$

然后在图 9 中放大了不同曲率下传输谱的测试结果。所选取的谐振波长分别为 $1\ 547.346\ \text{nm}$ 、 $1\ 547.270\ \text{nm}$ 、 $1\ 547.347\ \text{nm}$ 和 $1\ 547.253\ \text{nm}$ 。经过拟合后,根据 $Q$ -factor 公式(定义为 $Q=\lambda/\Delta\lambda$ ),其中波长 $\lambda$ 为谐振波长, $\Delta\lambda$ 为半高全宽,求得 $Q$ -factor 分别为 $5.12 \times 10^5$ 、 $5.95 \times 10^5$ 、 $6.34 \times 10^5$ 和 $7.26 \times 10^5$ 。随着空心微瓶谐振腔曲率 $\Delta k$ 的增大,谐振腔的 $Q$ -factor 也随之增加。但是微纳光纤融锥是直接贴在空心微瓶谐振腔的表面,使得大多数 WGM 处于过耦合状态会导致较低的 $Q$ -factor<sup>[21]</sup>。在后续研究中,我们可以通过改进实验装置实现临界耦合状态或者优化制备工艺制得表面更光滑的器件来进一步提升 $Q$ -factor。



图 9 不同曲率  $\Delta k$  的单个谐振峰结果Fig. 9 Single resonance peak results with different curvature  $\Delta k$ 

最后在图 10 中展示了  $Q$ -factor 随着曲率  $\Delta k$  的变化趋势。当  $\Delta k$  从  $0.0022 \mu\text{m}^{-1}$  增加到  $0.0053 \mu\text{m}^{-1}$  时,  $Q$ -factor 从  $5.12 \times 10^5$  增加到了  $7.26 \times 10^5$ 。结果表明随着  $\Delta k$  的增大, 空心微瓶谐振腔的  $Q$ -factor 越高, 相应的谐振腔内所储存的光场能量也就越大, 与仿真结果一致。

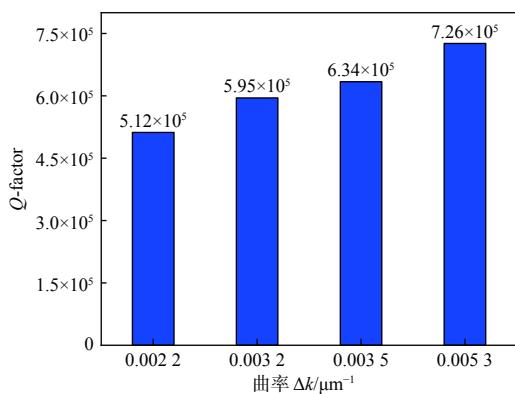


图 10 空心微瓶谐振腔的  $Q$ -factor 和曲率  $\Delta k$  之间的关系  
Fig. 10 Relationship between  $Q$ -factor and curvature  $\Delta k$  of hollowed micro-bottle resonator

## 4 结论

本文提出了空心微瓶谐振腔的曲率变化模型

并且研究了曲率对其传输特性的影响。从理论角度仿真了微瓶谐振腔内轴向 WGM 的分布情况。随着微瓶谐振腔的曲率增大, 内部基模的能量幅值也会相应增加。利用熔接机放电沿石英毛细管制得不同曲率的瓶状结构。根据理想气体状态方程, 分析了放电次数对空心微瓶谐振腔曲率的影响, 理论趋势与实验结果相符合。通过实验测试了不同曲率空心微瓶谐振腔的传输谱。随着  $\Delta k$  增大, 空心微瓶谐振腔对光的束缚能力越强, 得到的  $Q$ -factor 也就越高, 达到了  $7.26 \times 10^5$ 。在接下来的研究中可以将微瓶谐振腔的空心作为液体通道, 将具有折射率可调特性的磁流体填充进去, 利用其轴向 WGM 增强光与内部磁流体的相互作用, 通过监测谐振波长的变化实现磁场传感。

## 参考文献:

- [1] ZOU Changling, DONG Chunhua, CUI Jinming, et al. Whispering gallery mode optical microresonators: fundamentals and applications[J]. Scientia Sinica(Physica, Mechanica & Astronomica), 2012, 42(11): 1155-1175.
- [2] ZHANG Jianhui, XU Pengfei, LI Xiaofeng, et al. Validation of high-Q optical microsphere resonator angular velocity sensor[J]. Journal of Applied Optics, 2013, 34(6): 1057-1061.
- [3] KE Chaozhen, XU Canhua, HUANG Yantang, et al. High-order whispering gallery modes in  $\text{TiO}_2\text{-SiO}_2$  hybrid microsphere cavity prepared with Sol-gel method[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(2): 295-301.
- [4] LI Minghui, MA Kezhen, LUO Liang, et al. Influence of coupling gap on the performance of silicon-no-insulator microring resonator[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(6): 221-225.
- [5] WANG Jiaxian, LI Junjie, WU Wenguang, et al. Coupled-mode characteristics of coupled-microdisks and single mi-

- crodisk cavity with an output waveguide[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(1): 73-78.
- 王加贤, 李俊杰, 吴文广, 等. 耦合微盘及带输出波导的单微盘腔的耦合模式特性[J]. 光学学报, 2011, 31(1): 73-78.
- [ 6 ] CHENG Fan, ZHANG Pengfei, WANG Xin, et al. Experimental investigation on the coupling process between microtoroidal resonators and tapered nanofibers[J]. *Journal of Quantum Optics*, 2017, 23(1): 74-81.  
成凡, 张鹏飞, 王鑫, 等. 微环芯腔与锥形纳米光纤耦合过程的实验研究[J]. 量子光学学报, 2017, 23(1): 74-81.
- [ 7 ] MOHD NASIR M N, SENTHIL MURUGAN G, ZERVAS M N. Spectral cleaning and output modal transformations in whispering-gallery-mode microresonators[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2016, 33(9): 1963-1970.
- [ 8 ] SUMETSKY M. Whispering-gallery-bottle microcavities: the three-dimensional etalon[J]. *Optics Letters*, 2004, 29(1): 8-10.
- [ 9 ] GU Fuxing, XIE Fuming, LIN Xing, et al. Single whispering-gallery mode lasing in polymer bottle microresonators via spatial pump engineering[J]. *Light: Science & Applications*, 2017, 6(10): e17061.
- [ 10 ] LI Hanyang, SUN Bo, YUAN Yonggui, et al. Guanidine derivative polymer coated microbubble resonator for high sensitivity detection of CO<sub>2</sub> gas concentration[J]. *Optics Express*, 2019, 27(3): 1991-2000.
- [ 11 ] ZHOU Zhonghao, ZOU ChangLing, CHEN Yuan, et al. Broadband tuning of the optical and mechanical modes in hollow bottle-like microresonators[J]. *Optics Express*, 2017, 25(4): 4046-4053.
- [ 12 ] MA Ruilong. Application of tunable silica whispering-gallery-mode optical microresonators[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2019.  
马瑞隆. 可调谐的氧化硅回音壁模式光学微腔应用研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2019.
- [ 13 ] JIN Hu, BAI Xiaosong, LU Yun. Polymer-based rugby-shape optical micro-resonators[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(8): 194-200.  
金虎, 白晓淞, 陆云. 基于聚合物的橄榄球形光学微谐振器[J]. 光学学报, 2012, 32(8): 194-200.
- [ 14 ] SHEN Meixia. Research on optical properties of whispering-gallery-mode microresonator[D]. Fuzhou: Fujian Normal University, 2016.  
沈梅霞. 回音壁微腔的光学特性研究[D]. 福州: 福建师范大学, 2016.
- [ 15 ] SENTHIL MURUGAN G, WILKINSON J S, ZERVAS M N. Selective excitation of whispering gallery modes in a novel bottle microresonator[J]. *Optics Express*, 2009, 17(14): 11916-11925.
- [ 16 ] LIAO Jie, WU Xiang, LIU Liying, et al. Fano resonance and improved sensing performance in a spectral-simplified optofluidic micro-bubble resonator by introducing selective modal losses[J]. *Optics Express*, 2016, 24(8): 8574-8580.
- [ 17 ] ZHANG Feng, WU Genzhu, WANG Chengcheng. Influence of surface curvature on mode and sensing characteristics of quartz capillary microbottles[J]. *Laser Technology*, 2018, 42(6): 840-844.  
张峰, 吴根柱, 汪成程. 表面曲率对石英毛细管微瓶模式及传感特性影响[J]. 激光技术, 2018, 42(6): 840-844.
- [ 18 ] ZHANG Xiaobei, XIAO Hai, WANG Tingyun. Recent advances in capillary based optical fiber sensors[J]. *Journal of Applied Sciences*, 2017, 35(4): 523-536.  
张小贝, 肖海, 王廷云. 毛细管光纤传感器研究进展[J]. 应用科学学报, 2017, 35(4): 523-536.
- [ 19 ] LOUYER Y, MESCHEDE D, RAUSCHENBEUTEL A. Tunable whispering-gallery-mode resonators for cavity quantum electrodynamics[J]. *Physical Review A*, 2005, 72(3): 031801.
- [ 20 ] LI Hao, GUO Yunbo, SUN Yuze, et al. Analysis of single nanoparticle detection by using 3-dimensionally confined optofluidic ring resonators[J]. *Optics Express*, 2010, 18(24): 25081-25088.
- [ 21 ] JIN Xueying. Research on coupling and transmission properties and application of optical whispering gallery mode microcavity[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2018.  
金雪莹. 回音壁模式微腔的耦合与传输特性及其应用研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2018.