

文章编号: 1002-2082 (2020) 02-0375-07

基于经验模态分解的彩虹法测量研究

罗道斌, 秦毅盼, 岳宗敏, 魏来来, 师博, 谢娇娇

(陕西科技大学 文理学院, 陕西 西安 710021)

摘要: 基于彩虹 Airy 理论分析了一阶彩虹强度分布的折射率和直径的灵敏度, 并利用经验模态分解法对彩虹信号进行分解与重构, 提出了一种有效分离彩虹强度中 Airy 信号和高频 Ripple 分量的方法。根据液滴的一阶彩虹分布, 设计了液滴折射率和直径同步测量的彩虹——经验模态反演算法, 该算法有很强的抗噪声特征。实验中测量了水滴和不同浓度乙醇液滴的一阶彩虹分布, 研究结果表明, 彩虹——经验模态法对液滴的折射率和直径测量精度分别为 10^{-4} 和 1%。

关键词: 光散射; 粒度测量; 经验模态分解; 彩虹现象; 反演算法

中图分类号: TN958.O436

文献标志码: A

DOI: [10.5768/JAO202041.0203006](https://doi.org/10.5768/JAO202041.0203006)

Study on measurement method by empirical mode decomposition of rainbow signal

LUO Daobin, QIN Yipan, YUE Zongmin, QIAN Lailai, SHI Bo, XIE Jiaojiao

(School of Art and Science, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021, China)

Abstract: Based on rainbow Airy theory, the sensitivity of the main Airy peak position and Ripple frequency to the refractive index and diameter was studied. Combined with empirical mode decomposition for rainbow signal, Airy signal and Ripple component were extracted from rainbow distribution. According to the first-order rainbow distribution of droplet, an inversion algorithm was designed to calculate the refractive index and diameter of droplet simultaneously, which with powerful feature of noise immunity. The first-order rainbow distributions from water and ethanol droplets with different concentrations were measured in the experiment. The results show that the refractive index and diameter measurement accuracy of the droplet by rainbow-empirical mode decomposition method are 10^{-4} and 1% respectively.

Key words: light scattering; particle sizing; empirical mode decomposition; rainbow phenomena; inversion algorithm

引言

折射率和直径是能表征微小粒子特性的重要参数, 高精度测量微小粒子的折射率和直径有许多应用, 如喷雾液滴蒸发、燃烧等过程的测量^[1-2]。彩虹测量技术由于其非接触、高精度、快速、大信息量、可定量计算等优点, 在测量微小粒子的折射率和直径中有广泛的应用^[3-4]。随着彩虹技术的发展, 小粒子的形状不再局限于球形, 彩虹法同样适用于扁圆、椭球粒子的测量^[5-7]。此外, 彩虹技术也可测量液柱或液滴折射率梯度和温度梯度^[8], 或测量喷雾场群粒子平均直径和平均折射率^[9-10]。在提

高彩虹测量精度方面, 有许多研究在测量方法及计算方法的优化上。通过计算折射率或直径的微小变化量与彩虹 Ripple 结构相位偏移之间的关系, 可对折射率或直径的相对变化进行测量^[11]; 利用高阶彩虹条纹对于椭球度的敏感度非常高的特征, 通过高阶彩虹可以更准确反演扁圆液滴的椭球度^[12]; 通过研究高斯光束入射下的彩虹分布规律, 采用合适的高斯光束腰大小和光束位置可提高信号强度, 提高反演精度^[13]; 结合最小二乘优化算法和彩虹技术反演算法, 可对粒径分布及折射率实现高精度测量^[14]。

收稿日期: 2019-06-10; 修回日期: 2019-09-09

基金项目: 陕西省协同创新计划资助项目 (2015XT-65); 陕西科技大学博士启动资金资助项目 (2017BJ-50); 陕西省教育厅专项科研计划项目 (17JK0097)

作者简介: 罗道斌 (1980—), 男, 博士, 副教授, 主要从事纳米光子学技术研究。Email: luodaobin@sust.edu.cn

经验模态分解 (empirical mode decomposition, EMD), 是一种非线性、非平稳信号分解方法^[15]。这种方法无须预设任何基函数, 本质是通过数据的特征时间尺度或特征空间尺度, 获得信号的本征波动模式, 然后再分解数据, 能将一个频率不规则的信号波分解为多个单一频率的波, 和一个平均趋势项波的形式。广泛应用于分析非线性、非平稳信号序列^[16-17]。本文结合经验模态分解方法与液滴一阶彩虹强度分布理论, 研究了一种新的针对彩虹测量的反演算法, 并用于液滴的折射率与直径的同时测量。本方法简化了测量过程, 具有去噪声能力强、计算用时少, 折射率与直径的测量精度高的特征。

1 彩虹技术原理

一阶彩虹强度分布主要包含 Airy 结构和 Ripple 结构, 图 1 为折射率 $m=1.3324$, 直径 $D=700 \mu\text{m}$ 的一阶彩虹强度分布。理论和实验研究表明, 彩虹强度分布与入射光波长、液滴折射率和液滴直径有关^[18]。

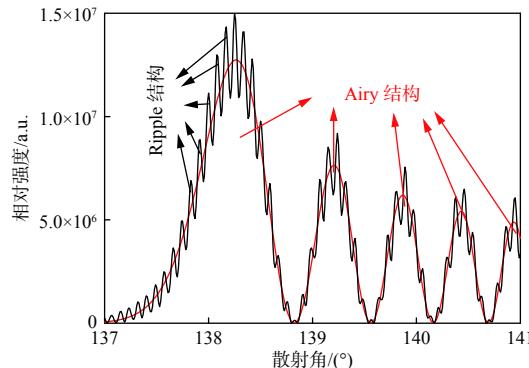


图 1 一阶彩虹散射强度分布

Fig. 1 Distribution of first-order rainbow scattering intensity

由几何光学理论, 几何光学彩虹角 θ_{rg} 与折射率 m 之间的关系为

$$\theta_{rg} = 4\arccos \sqrt{\frac{4-m^2}{3m^2}} - 2\arccos \sqrt{\frac{4-m^2}{3}} \quad (1)$$

根据彩虹的 Airy 理论, 彩虹角附近散射光虚拟波前的波动方程为

$$\Omega(z) = \int_0^\infty \cos \frac{1}{2}\pi(zt-t^3) dt \quad (2)$$

式中 z 为无量纲参量, 表示与彩虹角的归一化角偏差, 可表示为

$$z = -(\theta - \theta_{rg}) \left(\frac{16D^2}{h\lambda^2} \right)^{1/3} \quad (3)$$

式中 h 为彩虹三次波前曲率, 表示为

$$h = \frac{9}{4} \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \left(\frac{4-m^2}{m^2 - 1} \right)^{1/2} \quad (4)$$

几何彩虹角位于 $z=0$ 处, 由 (2)、(3) 式可求出几何彩虹角处的光强为最大光强 (一级 Airy 峰值) 的 43.93%。

根据彩虹 Airy 理论, 第一个 Airy 峰的角位置与折射率和直径之间的关系表示为^[19]

$$\theta_1 = \theta_{rg} + 1.087376 \left(\frac{h\pi^2}{12} \right)^{1/3} \alpha^{-2/3} \quad (5)$$

式中 α 为无量纲直径参量 $\alpha=\pi D/\lambda$ 。根据图 2 中的几何关系, 彩虹 Ripple 结构的频率 F_{Ripple} , 可通过计算对应于彩虹角时无限远处外反射光线与内反射光线的光程差获得^[20]:

$$F_{\text{Ripple}} = \frac{D}{2\lambda} \left(\cos i_{rg} + \cos \frac{\theta_{rg}}{2} \right) \frac{\pi}{180} \quad (6)$$

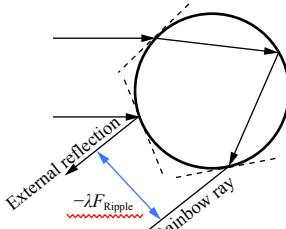


图 2 彩虹 Ripple 结构的形成原理

Fig. 2 The formation principle of rainbow Ripple structure

2 反演算法研究

2.1 彩虹信号的 EMD 分析

EMD 是一种尺度分离算法, 用 $I(\theta)$ 表示信号强度, 首先确定 $I(\theta)$ 的所有极值点, 再用三次样条曲线构造由极大值点组成的上包络线 $u(\theta)$ 和由极小值点组成的下包络线 $v(\theta)$, 计算上下包络线均值序列:

$$p(\theta) = \frac{u(\theta) + v(\theta)}{2} \quad (7)$$

求原信号序列 $I(\theta)$ 与均值序列 $p(\theta)$ 的差值序列:

$$q(\theta) = I(\theta) - p(\theta) \quad (8)$$

通过判断 $q(\theta)$ 是否满足: 1) 极值点数量与过零点数量相等或最多只差一个; 2) 在任意点 $q(\theta)$ 的上下包络线均值为 0。若满足则 $q(\theta)$ 为分解出的第一个高频本征模态函数 (intrinsic mode

function, IMF), 若不满足, 对 $q(\theta)$ 重复取上下包络线均值序列, 再计算差值序列, 直至差值序列满足停止条件, 满足停止条件的差值序列为分解出的第一个高频模态 IMF_1 。用 $I(\theta)$ 减去 IMF_1 , 对剩余分量继续重复以上过程, 直到分离出全部模态序列。信号最终可表示为

$$I(\theta) = \sum_{i=1}^n IMF_i(\theta) + R(\theta) \quad (9)$$

式中: $IMF_i(\theta)$ 表示第 i 个本征模态函数; $R(\theta)$ 表示彩虹强度总体趋势。

图 3 为模拟 $m=1.3324$, $D=700\text{ }\mu\text{m}$ 彩虹信号的 EMD 分析结果, IMF_1 和 IMF_2 代表彩虹的 Ripple 分量, IMF_3 代表彩虹的 Airy 分量, 最后一项 R 代表了彩虹信号的平均趋势。从 EMD 分析结果中可有效分离 Airy 分量和 Ripple 分量, 并可得到第一个 Airy 峰的角位置 θ_1 。

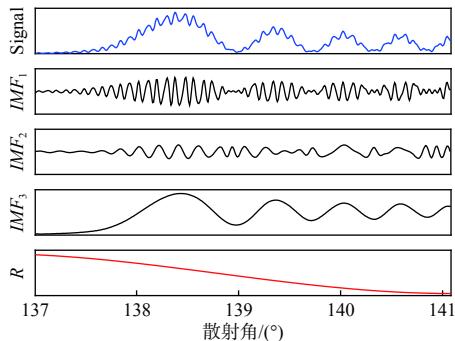


图 3 彩虹信号经验模态分解

Fig. 3 EMD of rainbow signal

实测彩虹信号含有噪声, 对同一液滴连续采集的 2 帧彩虹信号做 EMD 分析, 求 2 组 EMD 结果对应模态间的互相关系数, 由于噪声的随机性, 代表噪声分量的对应模态不相关, 代表彩虹有效分

量的对应模态应高度相关, 可由此判断彩虹信号的 EMD 结果中的噪声模态, 对彩虹信号进行去噪。互相关系数可表示为

$$r = \left| \frac{\sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{N}}{(\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N})(\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N})} \right| \quad (10)$$

式中: N 为数据点个数; X 和 Y 分别代表 2 帧采集数据的对应模态序列。当 $r > 0.8$ 时判定该模态高度相关, 即该模态为有效信号; 当 $r < 0.3$ 时, 判定为不相关, 即该模态为噪声分量。

为了验证上述去噪方法, 理论模拟了 $m=1.3324$, $D=700\text{ }\mu\text{m}$ 的液滴的一阶彩虹信号, 并对该信号加上 2 组随机噪声, 得到 2 组加了不同随机噪声的彩虹信号, 如图 4 所示。

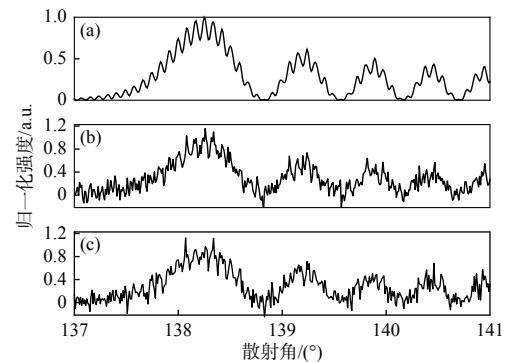
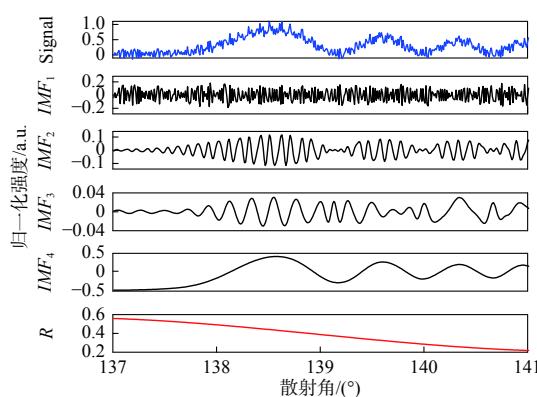


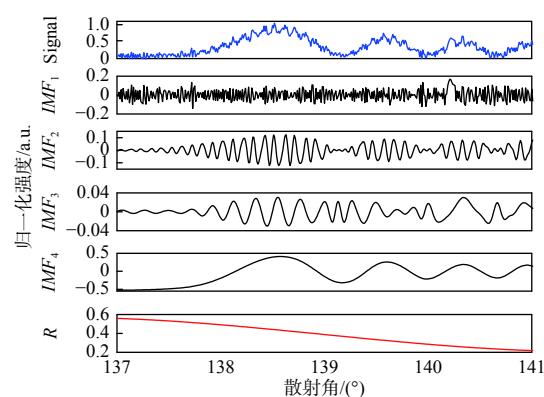
图 4 彩虹信号

Fig. 4 Rainbow signal

图 5 为图 4 中 2 组加入随机噪声后的彩虹信号的 EMD 结果。2 组 EMD 结果对应模态间的互相关系数计算结果如表 1 所示, 由表 1 中数据分析, IMF_1 为噪声分量, IMF_2 和 IMF_3 为 Ripple 结构分量, IMF_4 为 Airy 结构分量, R 反映光强趋势。



(a) 图4(b) 中所示信号的EMD结果



(b) 图4(c) 中所示信号的EMD结果

图 5 彩虹信号的经验模态分解结果

Fig. 5 EMD results of rainbow signal

表 1 直径和折射率的修正结果

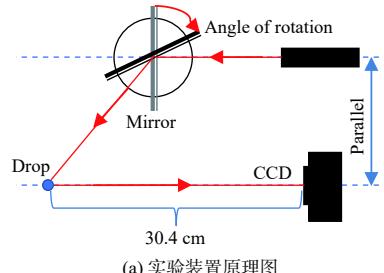
Table 1 The inversion results of diameter and refractive index

对应模态	IMF_1	IMF_2	IMF_3	IMF_4	R
互相关系数	0.03	0.87	0.75	0.98	0.99

结合表 1 分析结果, 对图 5(a)加入随机噪声的彩虹信号减去 IMF_1 , 得到滤噪结果, 滤噪结果与原信号相关系数为 0.82, 说明了彩虹信号 EMD 去噪技术的有效性。

2.2 反演算法的设计

折射率在 1.3~1.5, 直径在 100 μm ~2 000 μm 范围内, 根据彩虹分布在 $z=0$ 处强度与最大峰值强度间的关系, 可通过在一級 Airy 峰小角度侧搜索强度最接近最大强度的 43.93% 的角位置, 代入(3)式, 得到折射率初值 m_0 。利用 F_{Ripple} 对折射率和直径的变化表现出的不同强度的变化规律将 m_0 代入(6)式, 得到直径 D_1 。再由 θ_1 对折射率和直径的变化表现出的不同强度的变化规律, 将 D_1 代入



(a) 实验装置原理图



(b) 实验装置图

图 6 实验装置图

Fig. 6 The experimental diagram

通过移动和平面镜, 角度精度为 0.017°, 使 CCD 恰好能接收到一阶彩虹信号, 旋转角度为 φ , CCD 单个像素大小为 14 μm , 与液滴中心距离为 30.4 cm, 可确定 CCD 测量角宽度 $\Delta\theta=2.704^\circ$, 由 φ 和 $\Delta\theta$ 可确定测量的散射角范围。CCD 每次采集 512 帧数据。实验液滴样品为浓度 0%~20% 的乙醇溶液。

3.2 实验结果与分析

图 7 为实验中线阵 CCD 和面阵 CCD 采集的纯净水的一阶彩虹, 图 7(a)为线阵 CCD 连续采集的 512 帧彩虹分布; 图 7(b)为面阵 CCD 采集的一阶彩虹分布。从同次采集的 512 帧数据中取连续的 2 帧数据, 对 2 帧数据进行 EMD 分析, 且对 EMD 结果中对应模态间互相关系数进行计算, 结果如表 2 所示, 由表中数据分析, IMF_1 为噪声分

(5) 式, 得到折射率 m_1 。通过反复将得到的折射率和直径分别代入(6)式和(5)式不断修正结果, 再通过求解(11)式, 得到多次修正结果的最优值。

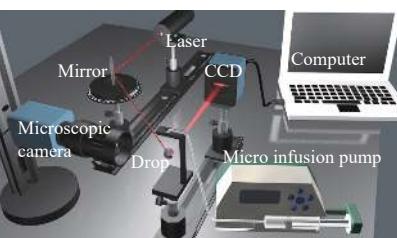
$$f(m, D) = \min \left\{ \sum_{\theta=1}^N (I_{0\theta} - I_{k\theta})^2 \right\} \quad (11)$$

式中: $I_{0\theta}$ 为实测彩虹信号; $I_{k\theta}$ 为每组修正结果模拟的理论彩虹信号。

3 实验结果与分析

3.1 测量装置及测量方法

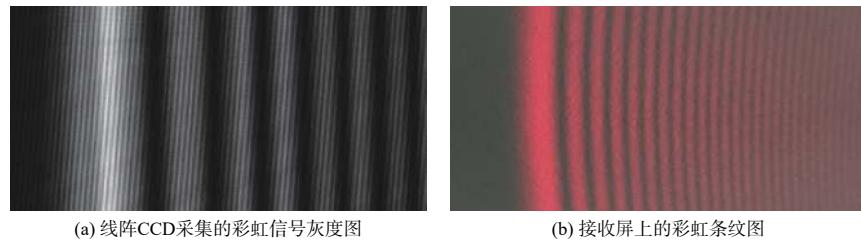
实验系统如图 6 所示。由注射泵(LINZ-8A, 雷恩, 上海)定量控制压出液体, 悬挂在光纤末端形成球形液滴, 由激光器($\lambda=632.8 \text{ nm}$, $P=2 \text{ mW}$)发出的平行光束经平面镜反射后照射液滴, 经液滴散射形成彩虹条纹, 用 CCD(SG-14-01k80-00-R, 1 024 像素)记录彩虹分布。显微相机(LP-530HS, 倍特嘉, 苏州)用来监控液滴和辅助测量。本实验在光学暗室进行, 实验温度 22.4 °C。



(b) 实验装置图

图 6 实验装置图

量, IMF_2 , IMF_3 , IMF_4 为有用信号与噪声分量的混合信号, 由于部分噪声频率接近 Ripple 频率, 噪声分量和信号分量会在同一个 IMF 上混叠, 混叠信号只影响 FFT 强度, 不影响 Ripple 频率。对原信号减去高频模态, 得到 Airy 分布, 与原信号的对比如图 8 所示, 从图中可以看出, 滤波后的 Airy 分量与原彩虹信号吻合。由 Airy 分量得到 $\theta_1=138^\circ$, $\theta_{rg}=137.77^\circ$ 。对原信号去噪结果如图 9 所示。对去噪信号进行 FFT, 结果如图 10 所示, 得到 $F_{\text{Ripple}}=38.81$ 。根据反演算法, 折射率和直径的多次修正结果如表 3 所示。最后将修正结果代入(11)式得到最优结果为 $m=1.3323$, $D=1881 \mu\text{m}$ 。液滴直径的参照值由显微相机确定为 1 883 μm ; 由文献 [21] 可知, 在该实验温度及 632.8 nm 波长下, 水的折射率为 1.3320, 与实验反演结果吻合。



(a) 线阵CCD采集的彩虹信号灰度图

(b) 接收屏上的彩虹条纹图

图 7 一阶彩虹条纹图

Fig. 7 First-order rainbow distribution

表 2 2 帧数据 EMD 结果中对应模态间的互相关系数

Table 2 Correlation of two frames of measurement data

对应模态	IMF_1	IMF_2	IMF_3	IMF_4	IMF_5	R
互相关系数	0.02	0.71	0.33	0.46	0.99	0.99

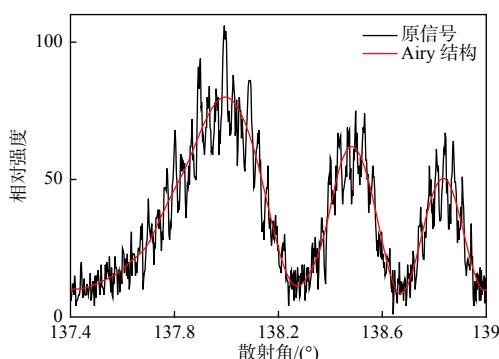


图 8 EMD 滤波后的 Airy 分量与原信号的对比

Fig. 8 Comparison between detected signal and signal filtered by EMD

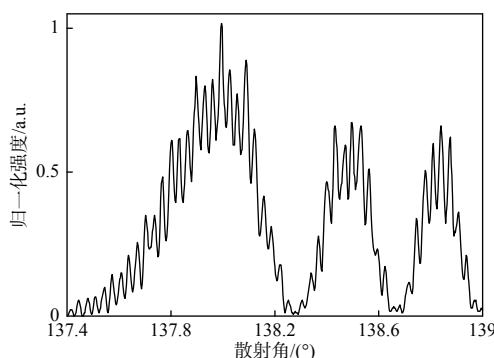


图 9 EMD 方法去噪后的彩虹信号图

Fig. 9 Rainbow signal after wave filtering by EMD

表 4 是不同浓度不同直径的乙醇液滴的测量结果与参照值的对比, 折射率参照值由文献 [22] 给出, 直径参照值为显微相机测量值。

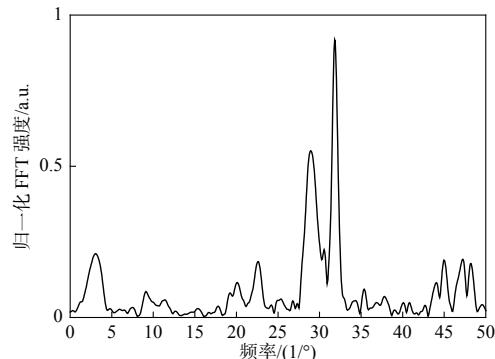


图 10 去噪后的彩虹信号频谱

Fig. 10 Frequency spectrum of rainbow signal after denoised

表 3 直径和折射率的修正结果

Table 3 Inversion results of diameter and refractive index

k	1	2	3	4	5	6
折射率	1.332 4	1.332 5	1.332 6	1.332 3	1.332 4	1.332 5
直径/ μm	1 888	1 893	1 895	1 881	1 888	1 893

表 4 不同浓度乙醇液滴直径和折射率的反演结果

Table 4 Inversion results of diameter and refractive index

		浓度/%			
		5	10	15	20
折射率	参照值	1.335 5	1.339 5	1.342 5	1.346 9
	测量值($\pm 0.000 24$)	1.335 2	1.339 4	1.342 9	1.347 0
直径1/ μm	参照值	1 294	1 462	1 372	1 431
	测量值(± 14)	1 288	1 481	1 383	1 418
直径2/ μm	参照值	1 474	1 567	1 589	1 589
	测量值(± 14)	1 477	1 549	1 603	1 579
直径3/ μm	参照值	1 629	1 761	1 709	1 666
	测量值(± 14)	1 641	1 780	1 727	1 674

4 结论

本文基于经验模态分解法对彩虹信号分解和

重构,结合一级 Airy 峰的角位置和 Ripple 结构与折射率、直径间的关系,设计了彩虹——经验模态分解算法对液滴的直径和折射率测量。利用相关运算,可快速分辨经验模态分解后的各个模态属性,能准确分离彩虹强度分布中 Airy、Ripple 结构及噪声。实验测量了水滴和不同浓度乙醇液滴的一阶彩虹分布,并通过彩虹——经验模态分解法反演获得了液滴的直径和折射率信息。研究结果表明,折射率在 1.3~1.5, 直径在 100 μm~2 000 μm, 彩虹——经验模态分解法的折射率的测量精度达到 10⁻⁴, 直径的测量误差不超过 1%。本研究的方法具有设计简单、计算用时少、测量结果可靠、适用范围更广、抗噪声强的特征。

参考文献:

- [1] CASTANET G, PERRIN L, CABALLINA O, et al. Evaporation of closely-spaced interacting droplets arranged in a single row[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2016, 93: 788-802.
- [2] TABER W C, AGRAWAL A K, BITTLE J A. Quantifying liquid boundary and vapor distributions in a fuel spray by rainbow schlieren deflectometry[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(30): 8385-8393.
- [3] SONG Feihu, CHEN Haiying. Twin primary rainbows scattered by micro-channel with circular cross-section[J]. *Journal of Applied Optics*, 2016, 37(1): 17-23.
宋飞虎, 陈海英. 圆形截面微通道的双一阶彩虹现象研究[J]. *应用光学*, 2016, 37(1): 17-23.
- [4] WU X, JIANG H, WU Y, et al. One-dimensional rainbow thermometry system by using slit apertures[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(3): 638-641.
- [5] YU H T, XU F, TROPEA C. Optical caustics associated with the primary rainbow of oblate droplets: Simulation and application in non-sphericity measurement[J]. *Optics Express*, 2013, 21(22): 25761-25771.
- [6] YU H T, XU F, TROPEA C. Simulation of optical caustics associated with the secondary rainbow of oblate droplets[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(21): 4469-4472.
- [7] LOCK J A, KONNEN G P. Rainbows by elliptically deformed drops I Möbius shift for high-order rainbows[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(19): G88-G97.
- [8] ROSEBROCK C D, SHIRINZADEH S, SOEKEN M, et al. Time-resolved detection of diffusion limited temperature gradients inside single isolated burning droplets using Rainbow Refractometry[J]. *Combustion and Flame*, 2016, 168: 255-269.
- [9] WU Yingchun, PROMVONGSA J, SAENGKAEW S, et al. Phase rainbow refractometry for accurate droplet variation characterization[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(20): 4672-4675.
- [10] PROMVONGSA J, VALLIKUL P, FUNGTAMMASAN B, et al. Multicomponent fuel droplet evaporation using 1D Global Rainbow Technique[J]. *Proceedings of the Combustion Institute*, 2017, 36(2): 2401-2408.
- [11] WU Yingchun, CYRIL C, LI Haipeng, et al. Simultaneous measurement of monocomponent droplet temperature/refractive index, size and evaporation rate with phase rainbow refractometry[J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2018, 214: 146-157.
- [12] GUAN Lulu, YU Haitao, SHEN Jianqi, et al. Third- and fourth-order rainbow fringe characteristics of homogeneous ellipsoid droplets[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017(3): 366-373.
管露露, 于海涛, 沈建琪. 均匀椭球形液滴三阶和四阶彩虹条纹特征[J]. *光学学报*, 2017(3): 366-373.
- [13] SUN Hui, YU Haitao, SHEN Jianqi. Study of drop measurement based on Gaussian beam scattering in the primary rainbow region[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2017, 47(1): 0129003.
孙辉, 于海涛, 沈建琪. 基于一阶彩虹区域高斯光散射的液滴测量[J]. *光子学报*, 2017, 47(1): 0129003.
- [14] SONG Feihu, LI Zhenfeng. Reversion algorithm of global rainbow technique based on optimization process[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 32(2): 110-116.
宋飞虎, 李臻峰. 基于优化过程的全场彩虹技术反演算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 32(2): 110-116.
- [15] WANG Y H, YEH C H, YOUNG H W V, et al. On the computational complexity of the empirical mode decomposition algorithm[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2014, 400: 159-167.
- [16] NGUYEN T S, CHANG C C, HUYNH N T. A novel reversible data hiding scheme based on difference-histogram modification and optimal EMD algorithm[J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2015, 33: 389-397.
- [17] CARNELOSSI F D, OLIVEIRA L S, MENOTTI D, et al. Bias effect on predicting market trends with EMD[J]. *Expert Systems with Applications*, 2017, 82: 19-26.
- [18] BOHREN C F, HUFFMAN D R. Absorption and scatter-

- ing of light by small particles[M]. New York:A Wiley-Interscience Publication, 1983.
- [19] GRZEGORZ S, MROCZKA J. Approximate solution for optical measurements of the diameter and refractive index of a small and transparent fiber[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2016, 33(4): 667-676.
- [20] PHILIP L. Supernumerary arcs of rainbows: Young's theory of interference[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(19): G104-G112.
- [21] ZHANG T, FENG G, SONG Z, et al. A single-element interferometer for measuring refractive index of transparent liquids[J]. *Optics Communications*, 2014, 332: 14-17.
- [22] JOHN R. Handbook of chemistry and physics, 99th edition[M]. Boca Raton: CRC Press, 2018.