

文章编号:1002-2082(2016)03-0365-07

# 结合松弛中值滤波的高阶彩色图像迭代去噪算法

芦碧波,李 阳,王永茂

(河南理工大学 计算机科学与技术学院,河南 焦作 454000)

**摘要:**为去除基于局部平均曲率的彩色图像去噪模型中作为几何特征而保留下来的斑点,提出了一种改进的迭代算法。采用局部平均曲率作为正则项耦合各个颜色通道,在迭代过程中根据局部统计量检测斑点,并引入松弛中值滤波进行斑点抑制。使用不同特征的图像进行仿真实验,并对峰值信噪比的演化进行分析。实验结果表明,改进的算法在有效消除斑点的同时较好地保护了图像结构,并且提高了计算效率。峰值信噪比提高了 2.47%,迭代次数减少了 93.66%。

**关键词:**彩色图像去噪;高阶偏微分方程;松弛中值滤波;斑点消除

中图分类号:TN911.73

文献标志码:A

doi:10.5768/JAO201637.0302001

## Color image denoising using high order iterating model by combining relaxed median filter

Lu Bibo, Li Yang, Wang Yongmao

(College of Computer Science and Technology, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China)

**Abstract:** An improved iterating algorithm was proposed to eliminate the speckles preserved by the local curvature-based model as geometrical characteristic. It utilized the local curvature coupling 3 channels as the regularizing term, then detected speckles by using local statistics values. The relaxed median filter was introduced to suppress these speckles. Numerical experiments using images of different features were carried out and the evolution of the values of the peak signal to noise ratio(PSNR) was analyzed. The results show that this algorithm can accelerate the progress of evolution and eliminate the speckles while protecting the image structure information. The value of the PSNR increases by 2.47%, and the iterations decrease by 93.66%.

**Key words:** color image denoising; high-order partial differential equation; relaxed median filter; speckle eliminating

## 引言

在图像采集和传输过程中,外部环境的影响以及成像设备的制约会产生噪声,影响图像质量并给高层次图像处理带来干扰。因此图像去噪是图像处理最基本的问题之一。对于具有独立同分

布统计特性的加性高斯白噪声,研究人员提出许多去噪方法。Rudin、Osher 和 Fatemi 提出的全变分(total variation, TV)去噪模型<sup>[1]</sup>能够较好保持图像边界和轮廓,但由于它得到分片常数稳态解,因此会引起阶梯效应。Lysaker、Lundervold 和

收稿日期:2015-12-04; 修回日期:2016-03-01

基金项目:国家自然科学基金委河南人才联合培养基金(U1404103);国家留学基金委河南省地方合作项目(2013(5045));河南省教育厅科学技术研究重点项目(14A520029,15A520070);河南理工大学创新型科研团队项目(T2014-3)

作者简介:芦碧波(1978—),男,河南焦作人,博士,副教授,主要研究方向有图像去噪,图像分割,图像融合,色调映射等。

E-mail:lubibojz@gmail.com

Tai 提出的四阶模型<sup>[2]</sup>可以减弱阶梯效应,使图像的光滑区域显得更加自然。在 K. Bredies、K. Kunisch 和 T. Pock 提出的广义全变分(total generalized variation, TGV)模型中,引入高阶项来减轻阶梯效应<sup>[3]</sup>。Wei Zhu 和 Tony Chan 使用图像曲面的几何信息,提出基于平均曲率(mean curvature, MC)的高阶模型<sup>[4]</sup>,图像的几何特征可以得到较好的保护,如边界、棱角和对比度等。作为一个四阶模型,它有效减弱了阶梯效应,但与这些良好特性伴随而来的斑点在很大程度上影响了图片的质量和视觉效果。

研究人员进而研究了这些方法从灰度图像去噪向彩色图像去噪的推广。Peter Blomgren 和 Tony Chan 定义了一种向量值函数全变分<sup>[5]</sup>(vectorial total variation, VTV)范数,它具有旋转不变性,能够保持边界并可退化为单通道 TV。Bresson 和 Chan 之后又改进了 VTV 范数,并且给出快速收敛算法<sup>[6]</sup>。但是由于采用了  $L_2$  范数,使得各个方向、各个通道联合在一起,丢失了颜色在各个方向上的变化信息。Takamichi Miyata 和 Yoshinori Sakai 考虑了通道间的依赖关系,使用  $L_\infty$  范数来描述各通道相同方向颜色最大的变化,再用  $L_1$  范数将它们联合起来<sup>[7]</sup>。但此模型中切向与法向没有耦合,在轮廓周围会产生块状伪影。Shunsuke Ono 和 Isao Yamada 提出了一个  $L_*$  范数的正则项描述自然彩色图像的颜色线属性,来抑制颜色失真<sup>[8]</sup>。在高阶模型方面,Kristian Bredies 推广了灰度图像的 TGV,提出了彩色图像的广义全变分模型<sup>[9]</sup>。Takamichi Miyata 推广了  $L_\infty$ -VTV,提出了  $L_\infty$ -VTGV<sup>[10]</sup>。作为平均曲率高阶模型在彩色图像去噪的推广,Carlos Brito-Loeza 和 Ke Chen 给出了基于局部曲率的模型<sup>[11]</sup>(local curvature-based model, LCM),但去噪后图像中仍有斑点产生。LCM 模型易于产生急剧弯曲,不仅影响了复原图像的质量,而且更加难以构建稳定的数值算法。针对此模型的计算问题,孙莉给出了彩色图像局部和全局平均曲率模型的分裂算法<sup>[12]</sup>。然而,所构建的算法遇到了与 LCM 类似的问题,无法为局部耦合的模型寻找一个稳定的数值算法。此外,随着通道数量的增加,求解高阶方程的计算耗费也会随之增加。

为了消除 LCM 模型中的斑点并提高计算效率,本文提出一种新的迭代彩色图像去噪算法。根据斑点的统计特性对其进行检测,并引入松弛中值滤波<sup>[13]</sup>(relaxed median filter, RMF)选择性消除斑点,通过与 LCM 算法进行迭代对彩色图像进行去噪。

## 1 彩色图像的平均曲率模型

文献[5]中的 LCM 模型形式如下:

$$\arg \min_u \left\{ \lambda \int_{\Omega} \sqrt{\sum_{l=1}^3 \Phi(H(u_l))} d\Omega + \right. \\ \left. \sum_{l=1}^3 (u_l - u_l^0)^2 d\Omega \right\} \quad (1)$$

其中: $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  表示图像定义区域; $u_l : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  表示待去噪彩色图像  $u$  的  $l$  通道; $u_l^0$  表示  $l$  通道的初值;先验参数  $\lambda > 0$  影响着模型的稳定性以及稳态解的特征。 $H(u_l)$  表示  $l$  通道的平均曲率:

$$H(u_l) = \frac{1}{2} \left| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right| = \\ \frac{1}{2} \left| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u_l}{\sqrt{(|\nabla u_l|)^2 + 1}} \right) \right|$$

其中  $\phi(x, y, z) = u_l(x, y) - z$  是一个水平集函数,它的零水平集对应彩色图像  $l$  通道的曲面  $z = u_l(x, y)$ 。 $\Phi(x) = x^2$ ,当通道数量为 1 时,(1)式即为文献[4]中的 MC 模型。(1)中第 1 项为正则项,用来光滑图像曲面,第 2 项为拟合项,用来保护图像结构。使用梯度下降法求解(1)对应的拉格朗日方程可得:

$$u_l^{n+1} = u_l^n + dt \left( 2(u_l^0 - u_l^n) - \lambda \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \Psi_l}{|\nabla u_l|} - \frac{\nabla u_l \cdot \nabla \Psi_l}{|\nabla u_l|^3} \nabla u_l \right) \right) \quad (2)$$

式中: $u_l^n$  表示  $l$  通道迭代第  $n$  次的值; $dt$  表示时间步长; $\Psi_l = \frac{\Phi'(H(u_l))}{\left( \sum_{l=1}^3 \Phi(H(u_l)) \right)^{\frac{1}{2}}}$ 。

上述模型的扩散量主要受局部向量  $\nabla \Psi_l$  的影响,而系数  $|\nabla u_l|$  和  $|\nabla u_l|^3$  仅仅取决于当前通道  $u_l$ ,因而扩散可以在各个通道中适时停止。但此模型会产生急剧弯曲,当噪声水平较高时,大量噪点被作为几何特征而保留下,因此去噪结果中含有大量斑点,导致视觉效果欠佳,且不利于后续的图

像处理任务。

## 2 本文算法

平均曲率模型中产生的急剧弯曲,在多次迭代演化中逐步积累,最终形成视觉上的斑点。为有效消除斑点,需要在迭代过程中进行斑点检测和斑点抑制。

### 2.1 斑点检测

人眼视觉系统能够感知的斑点主要源于噪声的存在和残留。与典型的脉冲噪声不同,LCM 模型引起的斑点噪声并非表现为亮度的最大值或最小值,而是与周围邻域相比,斑点的像素值与其邻域像素值差异较大。为此可以从统计的角度用局部均值和方差刻画斑点噪声。对彩色图像,在各个通道内计算局部均值  $\mu_l$  和方差  $\sigma_l^2$ :

$$\mu_l = \frac{\sum_{(m,n) \in N(i,j)} \mu_l(m,n)}{\delta}$$

$$\sigma_l^2 = \frac{\sum_{(m,n) \in N(i,j)} (\mu_l(m,n) - \mu_l)^2}{\delta}$$

式中: $u_l(m,n)$  表示  $l$  通道在点  $(m,n)$  的像素值; $N(i,j)$  表示点  $(i,j)$  的  $\delta$  邻域组成的点集。由于方差

刻画了偏离均值的程度,因此定义如式(3)的斑点示性函数:

$$F(u_l(i,j)) = \begin{cases} 1 & \text{if } (u_l(i,j) - \mu_l)^2 > k\sigma^2 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (3)$$

其中: $k \geq 1$  为先验参数。(3)式表明,当某像素值与局部邻域均值相差较大、且明显超过邻域平均水平时,即可认定为斑点,此时  $F(u_l(i,j))=1$ 。

### 2.2 斑点抑制

斑点检出后需要对其进行抑制。作为一种常用的非线性统计滤波,中值滤波可以有效抑制脉冲噪声<sup>[14]</sup>。但由于中值滤波未能考虑局部像素分布对当前像素值的影响,因此在滤波过程中会破坏图像结构和细节<sup>[15]</sup>。为此,本文引入松弛中值滤波 (related median filter, RMF) 抑制斑点。RMF 在中值滤波的基础上,定义了一个由参数  $\alpha$ 、 $\beta$  确定的子序列。若当前像素值在子序列范围内,则保持不变,否则就更新为窗口中值。当选择  $\alpha=\beta$  都等于窗口中值时,RMF 退化为中值滤波。调整参数使得斑点不在子序列内,则可以有效去除斑点并保护图像结构。

RMF 的定义如下:

$$RM_{\alpha,\beta}\{W_{(i,j)}(\mathbf{U})\} = \begin{cases} U(i,j) & \text{if } U(i,j) \in \left[ \left[ W_{(i,j)}(\mathbf{U}) \right]_\alpha, \left[ W_{(i,j)}(\mathbf{U}) \right]_\beta \right] \\ \left[ W_{(i,j)}(\mathbf{U}) \right]_m & \text{else} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $U(i,j)$  表示矩阵  $\mathbf{U}$  在点  $(i,j)$  的值; $W_{(i,j)}(\mathbf{U}) = \{U(a,b) | (a,b) \in W\}$ ,表示  $\mathbf{U}$  中以  $(i,j)$  为中心被窗口  $W$  所覆盖部分的值的集合。若  $r=1, \dots, \alpha, \dots, \beta, \dots, 2N+1, m=N+1$ , 则  $\left[ W_{(i,j)}(\mathbf{U}) \right]_r$  表示  $W_{(i,j)}(\mathbf{U})$  中的第  $r$  个次序统计量:

$$\left[ W_{i,j}(\mathbf{U}) \right]_1 \leq \dots \leq \left[ W_{i,j}(\mathbf{U}) \right]_\alpha \leq \dots \leq \left[ W_{i,j}(\mathbf{U}) \right]_\beta \leq \dots \leq \left[ W_{i,j}(\mathbf{U}) \right]_{2N+1}$$

(4)式中: $\left[ W_{i,j}(\mathbf{U}) \right]_m$  表示  $W_{i,j}(\mathbf{U})$  的中值。

### 2.3 迭代算法

将斑点检测和斑点抑制与 LCM 结合能够消除斑点。对于 LCM 而言,斑点在迭代过程中不断产生,那么通过与 RMF 交替迭代就可以抑制斑点的产生。考虑到由于噪声水平不同对图像的影响,本文采用间隔迭代方法处理偏微分方程 (partial differential equations, PDE) 演化与斑点抑制之间的均衡,即每进行  $T$  次演化后,进行 1 次

RMF 滤波。为此本文提出如下的迭代算法:

步骤 1) 给定初始值  $\mathbf{u}^0, \lambda, \alpha, \beta, dt$  和迭代次数  $N$

步骤 2) For  $n=1 : N$

步骤 3) 根据(2)式演化图像,得到  $\mathbf{u}^n$

步骤 4) if mod( $n, T$ ) == 0 &&  $F(u_l^n(i,j)) == 1$

步骤 5)  $u_l^n = RM_{\alpha,\beta}\{W_{(i,j)}(u_l^n)\}$

步骤 6) else

步骤 7)  $u_l^n = u_l^n$

步骤 8) end, end

在实际试验中,间隔迭代参数  $T$  与图像的噪声水平等情况相关。若噪声水平较大,则  $T$  值设置较小,以增加 RMF 次数,提高斑点噪声抑制效果;若噪声水平较低,斑点噪声出现的几率较少,则整个去噪以 PDE 演化为主。在文献[16]中,Yuli You 和 M. Kaveh 对所提出高阶模型演化结

束后进行了一次斑点抑制滤波<sup>[16]</sup>,无法有效消除斑点;在文献[17]中,每次PDE演化后都需要进行斑点处理<sup>[17]</sup>,影响计算效率。本文的迭代设计可以根据斑点噪声情况,在PDE演化和斑点抑制之间取得一个较好的折衷方案。

### 3 数值实验

本文使用峰值信噪比(peak signal to noise ratio,PSNR)作为评价图像的客观指标。彩色图像的PSNR计算公式如下:

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left( \frac{255^2}{\text{MSE}} \right)$$

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{l=1}^3 \sum_{(i,j)} (u_l(i,j) - u_l^0(i,j))^2}{3mn}$$

式中  $m, n$  分别代表彩色图像的宽度和高度。文中给出局部放大图以进行更加细致地观察图像的视觉效果。

下面给出本文算法实验结果,并与LCM方法进行对比。窗口直径  $s$  增大则参与当前点更新的

像素就越多,可能会使当前像素失去局部特性。此外,斑点出现在次序统计量数组两端的几率较大。因此选取  $s=3, \alpha=2, \beta=8$ 。算法中涉及参数较多,实验表明如下一组参数可给出稳定性和效果较好的实验结果: $dt=0.001, \lambda=6 \times 10^4$ ,斑点检测参数  $k=1.5$ 。若噪声水平  $\sigma=15$ ,则  $T=50$ ;若噪声水平  $\sigma=25$ ,则  $T=1$ 。

图1给出对噪声水平  $\sigma=25$ 、尺寸为  $256 \times 256$  像素的彩色合成图像的处理结果。LCM模型处理结果图1(c)中含有大量的斑点。图1(e)、1(f)、1(g)描绘了1(a)和1(c)中第7行R、G、B通道的亮度。LCM在各个通道的平滑区域产生急剧弯曲,在图1(g)中亮度最大值明显超出了  $[0, 255]$ 。图1(d)是本文算法的处理结果,在强噪声干扰下依然较好地恢复了原始图像。图1(h)、1(i)、1(j)描绘了1(a)和1(d)中第7行R、G、B通道的亮度。可以发现本文算法能够有效地消除斑点,这主要是因为RMF抑制了这些弯曲及奇异点的生成,避免在迭代的过程造成更大的影响。

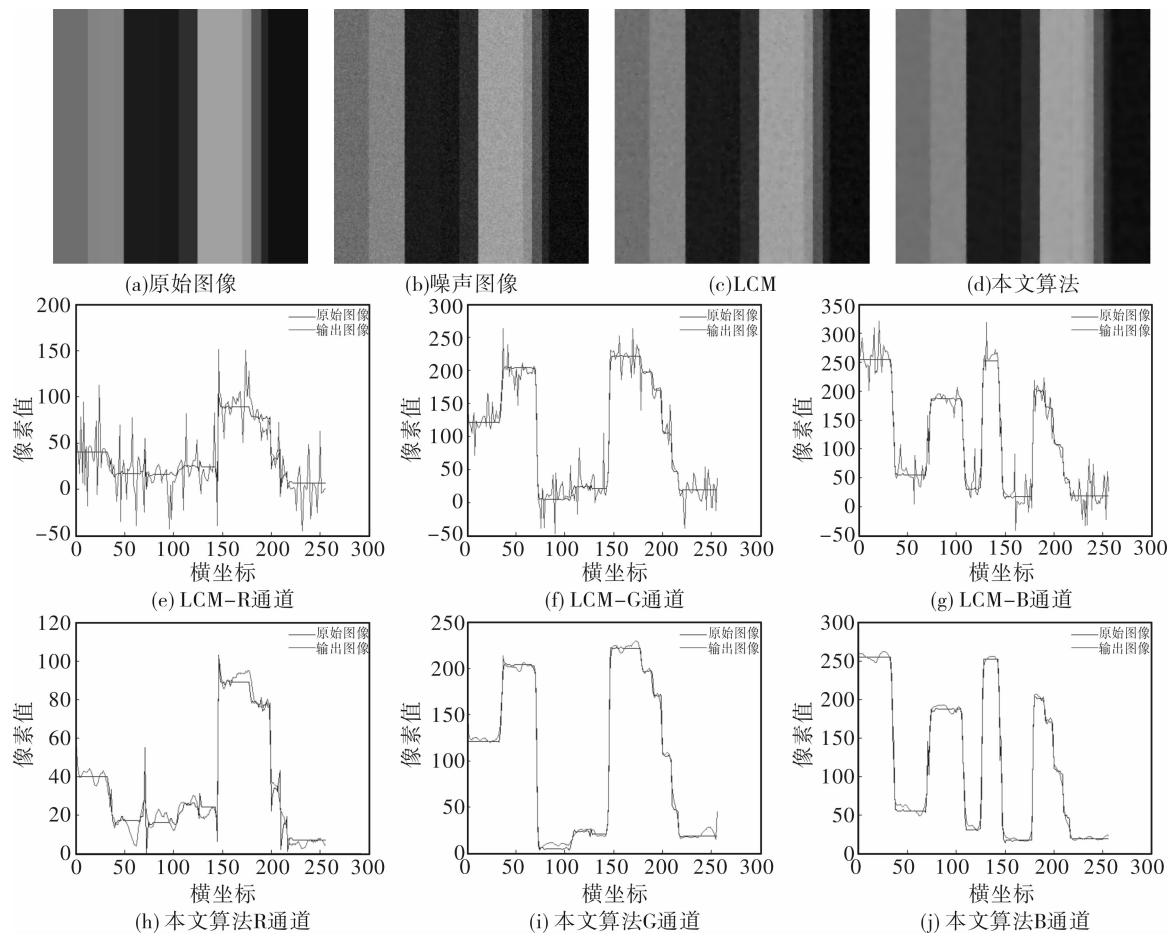


图1 两种方法对彩色合成图像的去噪结果

Fig. 1 Synthetic color image denoising results by 2 methods

图 2 显示了对噪声  $\sigma=25$ , 尺寸为  $512 \times 512$  像素的彩色 Peppers 图像的处理结果。观察图 2(f)和图 2(g)可以发现 LCM 去噪效果不佳, 图 2(h)则显示了相对较好的去噪效果。由于 LCM 会

将一些大梯度的噪声作为几何特征保存下来, 而这些点又被随后的 RMF 平滑, 因此复原图像会显示更多非线性滤波器的特征, 具体表现为辣椒表面比较粗糙, 而细节相对模糊。

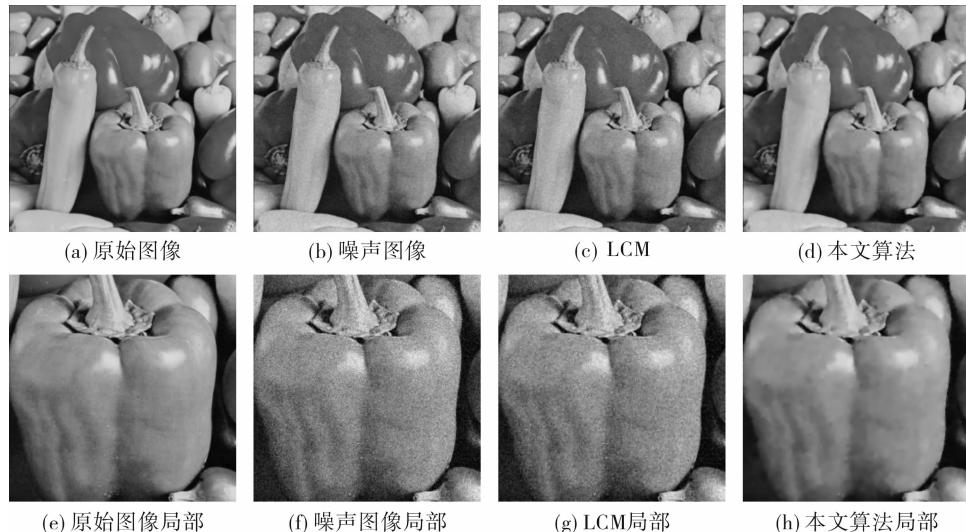


图 2 两种方法对平面图像的去噪结果( $\sigma=25$ )

**Fig. 2 Plane image denoising results by 2 methods(added noise is Gaussian with  $\sigma=25$ )**

图 3 显示了对噪声  $\sigma=15$ 、尺寸为  $512 \times 512$  像素的彩色 Lena 图像的处理结果。图 3(e)、3(f)、3(g)、3(h) 分别是图 3(a)、3(b)、3(c)、3(d)

的局部放大。图 3(g)中的面颊、帽檐等处有较为明显的斑点, 而图 3(h)基本消除了所有斑点, 面颊较为光滑。



图 3 两种方法对平面图像的去噪结果( $\sigma=15$ )

**Fig. 3 Plane image denoising results by 2 methods(added noise is Gaussian with  $\sigma=15$ )**

表 1 给出对多幅图像、两种噪声水平下, LCM 和本文算法的 PSNR 和计算时间, 本模型在更少的时间内使 PSNR 有了更大的提高。特别是当噪声水

平较高的时候, 仍然具有较好的去噪能力。RMF 在迭代的过程中削弱了噪声, 并阻止了斑点的产生, 可保证数值算法在一个相对稳定的环境中运行。

表 1 客观指标比较

Table 1 Comparison of iterations, CPU-times and PSNR

图像	噪声等级	PSNR	LCM			本文算法		
			迭代次数	用时/s	PSNR	迭代次数	用时/s	PSNR
合成图	15	24.63	900	171	31.40	800	151	35.62
	25	20.18	1 500	275	22.35	320	179	31.50
Peppers	15	24.61	900	1 398	29.32	600	1 031	31.57
	25	20.17	1 500	1 688	22.17	320	803	29.43
Lena	15	24.61	900	1 152	29.64	600	692	31.88
	25	20.17	1 500	1 741	22.23	320	1 046	29.42
Airplane	15	24.60	900	1 088	30.11	600	736	32.84
	25	20.17	20 000	28 425	23.75	600	1 588	30.12

图 4 显示了本文算法和 LCM 算法在对尺寸为  $512 \times 512$  像素的彩色 Peppers 图像处理过程中 PSNR 值随迭代次数的变换情况, 其中噪声水平  $\sigma=15$ ,  $T=1$ 。从图中可以看出, 本文算法 PSNR 急速上升, 而 LCM 模型则增长的非常缓慢, 达到最佳的 PSNR 值需要更多的时间。

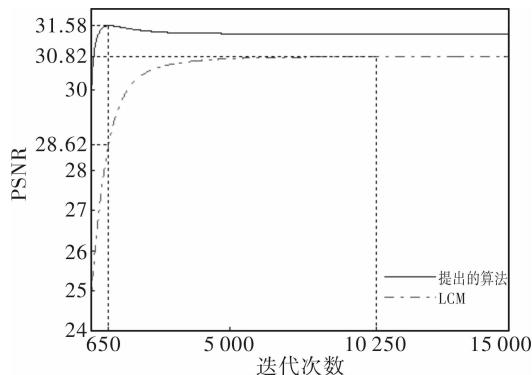
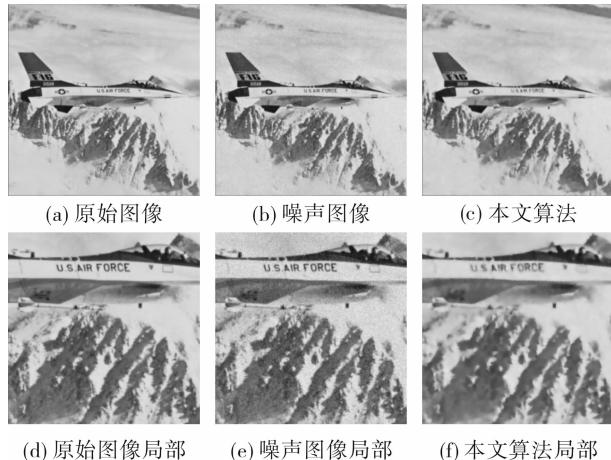


图 4 两种方法的 PSNR 演化

Fig. 4 Evolutions of values of PSNRs in 2 methods

下面讨论  $\lambda$  增大对本文算法去噪效果的影响。图 5 给出  $\lambda=4.8 \times 10^5$  时本文算法对尺寸为  $512 \times 512$  像素的彩色 Airplane 的去噪效果(第 2 行为局部区域放大显示)。虽然飞机的标志、雪山纹理等处细节有损失, 但仍保有较好的轮廓结构。表 2 给出 3 幅图像的计算时间。通过比较表 1 和表 2 可以发现, 当  $\lambda$  增大时, 可以在保证 PSNR 基本一致的情况下, 将计算时间缩减为原来的 10% 左右, 具有更高的计算效率。

图 5  $\lambda$  增大时本文算法的去噪结果( $\sigma=15$ )Fig. 5 Results by our algorithm when increasing  $\lambda$  (added noise is Gaussian with  $\sigma=15$ )表 2  $\lambda$  增大时本文算法的客观指标Table 2 Iterations, CPU-times and PSNR when increasing  $\lambda$  by our algorithm

图像	噪声等级	PSNR	提出的模型		
			迭代次数	用时/s	PSNR
Airplane	15	24.60	27	87	31.03
Peppers	15	24.60	27	86	30.43
Lena	15	24.60	27	85	30.51

#### 4 结论

本文针对局部平均曲率的彩色图像去噪模型提出了一种改进的算法: 使用局部统计量刻画像素的局部特征, 通过设定并检测阈值来判定斑点, 随后使用松弛中值滤波对斑点进行抑制。将本文

算法进行仿真实验并与 LCM 相比较。结果表明本文算法不仅能够在保护图像结构的同时有效去除 LCM 所产生的斑点,而且可以加快图像演化的进程,提高算法效率。

#### 参考文献:

- [1] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. *Physica D-nonlinearity Phenomena*, 1992, 60(1-4):259-268.
- [2] Lysaker M, Lundervold A, Tai X C. Noise removal using fourth-order partial differential equation with applications to medical magnetic resonance images in space and time[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, 12(12):1579 - 1590.
- [3] Bredies K, Kunisch K, Pock T. Total generalized variation [J]. *Siam Journal on Imaging Sciences*, 2010, 3(3):492-526.
- [4] Zhu W, Chan T. Image denoising using mean curvature of image surface[J]. *Siam Journal on Imaging Sciences*, 2012, 5(1):1-32.
- [5] Blomgren P , Chan T F. Color TV: total variation methods for restoration of vector-valued images[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7 (3):304-309.
- [6] Bresson X, Chan T F. Fast dual minimization of the vectorial total variation norm and applications to color image processing[J]. *Inverse Problems & Imaging*, 2008, 2(4):455-484.
- [7] Miyata T, Sakai Y. Vectorized total variation defined by weighted L infinity norm for utilizing inter channel dependency[C]// *Image Processing (ICIP)*, 2012 19th IEEE International Conference on IEEE, Sept. 30-Oct. 3, 2012, Orlando, FL USA: IEEE, c2012: 3057-3060.
- [8] Ono S, Yamada I. A convex regularizer for reducing color artifact in color image recovery[C]// *Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2013 IEEE Conference on IEEE, June 23-28, 2013, Portland, OR USA: IEEE, c2013:1775-1781.
- [9] Bredies K. Recovering piecewise smooth multichannel images by minimization of convex functionals with total generalized variation penalty[J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2014, 8293:44-77.
- [10] Miyata T. L infinity total generalized variation for color image recovery [C]// *Image Processing (ICIP)*, 2013 20th IEEE International Conference on IEEE, Sept. 15-18, Melbourne, VIC. USA: IEEE, c2013:449-453.
- [11] Carlos B L, Ke C. On high-order denoising models and fast algorithms for vector-valued images [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19 (6):1518-1527.
- [12] Sun Li. A splitting mean curvature-based model for color image denoising[J]. *Journal of Lanzhou University(Natural Sciences)*, 2012, 48(3):128-132.  
孙莉. 一种基于平均曲率的彩色图像去噪分裂模型[J]. 兰州大学学报:自然科学版, 2012, 48(3): 128-132.
- [13] Hamza A B, Luque E P L, Martínez A J, et al. Removing noise and preserving details with relaxed median filters[J]. *Journal of Mathematical Imaging & Vision*, 1999, 11(2):161-177.
- [14] Chang Liangliang, Wang Guanglong. De-noising method for mixed noise based on median filter and lifting wavelet transform[J]. *Journal of Applied Optics*, 2012, 33(5):894-898.  
常亮亮, 王广龙. 基于中值滤波和提升小波分析的图像去噪方法研究[J]. 应用光学, 2012, 33(5): 894-898.
- [15] Li Jinlun, Cui Shaohui, Wang Ming. Threshold de-noising method for mixed noise based on improved median filter and lifting wavelet transform[J]. *Journal of Applied Optics*, 2014, 35(5):817-822.  
李金伦, 崔少辉, 汪明. 基于改进中值滤波和提升小波变换的阈值去噪方法研究[J]. 应用光学, 2014, 35(5):817-822.
- [16] You Y L, Kaveh M . Fourth-order partial differential equations for noise removal. [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, 9(10):1723-1730.
- [17] Rajan J, Kannan K, Kaimal M R. An improved hybrid model for molecular image denoising[J]. *Journal of Mathematical Imaging & Vision*, 2008, 31(1): 73-79.