

文章编号:1002-2082(2015)04-0590-06

一种提高干涉相位识别精度的方法

杨练根¹, 刘丙康¹, 王选择^{1,2}, 翟中生¹

(1. 湖北工业大学 机械工程学院, 湖北 武汉 430068;

2. 天津大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

摘要:针对开环相移驱动下的单色光干涉测量,提出一种满足四步法的高精度相位识别的方法。首先选取干涉场中存在适当相位差的两像素点,建立相移驱动单周期内两像素点灰度序列值之间的干涉方程组。运用椭圆拟合获取相应干涉方程组参数,然后通过反算序列相位确定逐点驱动步长或序列相位信息。结合序列相位信息,运用 Lagrange 抛物插值算法,设计计算满足四步法的4幅干涉图,并计算各像素点的初相位。最后,运用多波长算法计算表面形貌并进行误差分析。实验表明:计算得到的方波多刻线样板的 Ra 值为 $0.439\ 0\ \mu\text{m}$,测量误差为 0.23% ,此方法降低了对测量条件的硬件与环境要求,满足表面形貌高精度测量的要求。

关键词:干涉测量;相位识别;椭圆拟合;Lagrange 插值

中图分类号:TH741

文献标志码:A

doi:10.5768/JAO201536.0403006

Method for improving precision of interferometric phase-recognition

Yang Liangen¹, Liu Bingkang¹, Wang Xuanze^{1,2}, Zhai Zhongsheng¹

(1. Mechanical Engineering School, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China;

2. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: For monochromatic light interferometry under open-loop phase shifter, a high precision method for phase recognition was developed to satisfy four-step phase-shift algorithm. Firstly two pixels with suitable phase-difference were selected from the interference field, and the interference equations of the two pixels' gray values were established in one phase-shifting cycle. Secondly, the interference equations' parameters could be obtained by using ellipse fitting algorithm, and the point-to-point driven step length and sequence phases could be determined through back calculation of sequence phases. Then four interference gray scales meeting the four-step phase-shift algorithm were designed and calculated through Lagrange parabolic interpolation, which were used to calculate the initial phase of every pixel. Finally, the surface topography was calculated through multi-wavelength algorithm and the measurement errors were analyzed. Experimental results show that the Ra value of square wave specimen with multiple grooves is $0.4390\ \mu\text{m}$, and the measurement error is 0.23% . This method decreases the requirement for hardware and environment. It can meet the high precision demands of surface topography measurement.

Key words: interference measurement; phase-recognition; ellipse fitting; Lagrange interpolation

收稿日期:2015-03-11; 修回日期:2015-04-23

基金项目:国家自然科学基金(51275157;51175154);天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室开放基金(PIL1209)

作者简介:杨练根(1965—),男,湖南平江人,博士,教授,主要从事精密测量技术及仪器方面的研究。

E-mail: yanglg@mail.hbut.edu.cn

引言

在表面形貌光学干涉测量方法中,计算干涉相位的准确性,直接决定测量结果的精度或误差。因此,在干涉相位解包裹运算之前,需要准确提取相位信息。现在应用的干涉相位提取算法主要有:三步法、四步法^[1-2]、五步法^[3]、FFT 算法、小波变换等^[4-6]。这些算法的实质都是通过消除幅值与偏置参数的影响,获取各像素点的干涉序列的初相位。其中,三步法、四步法、五步法是研究时间较长,应用最为普遍的,它们的不同之处是抗噪声干扰能力有一定差别。传统的三步法、四步法等要求对相移驱动步长进行严格控制,因此对相移驱动要求闭环控制,增加了驱动的难度与成本。同时,测量系统对环境要求也很高,因为测量过程中微小的振动,都会导致驱动步长发生改变,对最后的测量结果影响也较大。

如何在开环相移驱动条件下,根据序列灰度图得到干涉场上各像素点的初相位信息,且保证初相位信息受环境影响小及具有较高的识别精度,是本文需要解决的核心问题。

为此,本文以四步法为基础,提出了一种不要求等步长相移驱动的高精度相位识别方法。主要思想是根据干涉场上的各像素点的灰度关联信息,在建立干涉方程组的基础上,通过椭圆拟合准确获取干涉序列相位或驱动步长。在此基础上,通过采样提取多幅干涉图的序列相位,运用 Lagrange 抛物插值算法,计算并构造满足相位四步法求解的相差 $\pi/2$ 的 4 幅干涉灰度图^[7],经计算表明构造的干涉图的相差具有较高的精度。最后,运用四步法通过干涉灰度图得到了整个干涉场上各像素点的相位信息。

1 相移驱动步长的确定

理论上干涉图上每一像素点的序列灰度值 g_i 可以表达为

$$g_i = A \cos(\theta_0 + \theta_i) + C \quad (1)$$

每一像素点的交流幅值 A 、偏置量 C 与初相位 θ_0 不同。

式中: $i=1-N$, 表示驱动序列点; θ_i 为序列驱动相位, 与相移驱动位移 Δ_i 满足如下关系:

$$\theta_i = \frac{4\pi\Delta_i}{\lambda} \quad (2)$$

由此可知,相移驱动步长与干涉相位成正比。因此,驱动步长的确定,关键在于能够准确获取干涉序列上每一点的驱动相位 θ_i 。在灰度值已知的条件下,驱动相位 θ_i 求解依赖于交流幅值 A 与偏置量 C 的计算,下面讨论如何计算 A 与 C 。

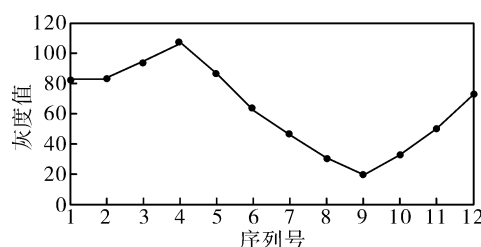


图1 单像素点的灰度序列值

Fig. 1 Gray value sequence of single pixel

图1为单像素点的12点灰度序列值,从图中明显可以看出,相移驱动步长不满足等步长的条件(等步长驱动时,灰度序列曲线应近似为三角函数曲线),且从满足(1)式来看,灰度值含有较大的随机噪声。

考虑到干涉场上各点在相移驱动的任何时刻,都具有相同的驱动步长或序列驱动相位,选取干涉场上的任意两点,就可以建立如下的序列灰度值方程组:

$$\begin{cases} g_{1i} = A_1 \cos(\theta_{10} + \theta_i) + C_1 \\ g_{2i} = A_2 \cos(\theta_{20} + \theta_i) + C_2 \end{cases} \quad (3)$$

如果分别以 g_{1i} 、 g_{2i} 为横、纵坐标,理论上序列点所构成的轨迹为椭圆,且椭圆的中心分别为 C_1 、 C_2 。椭圆的参数由交流幅值 A_1 、 A_2 与两像素点的初相位差 $(\theta_{20} - \theta_{10})$ 决定。且当相差为 $\pi/2$ 时,轨迹为正椭圆。通过椭圆拟合,可以得到 C_1 、 C_2 、 A_1 、 A_2 与初相位差 $(\theta_{20} - \theta_{10})$ 等 5 个关联参数。

1.1 提高干涉方程组的拟合精度

考虑到椭圆参数的拟合精度受像素灰度值噪声与椭圆形状的影响,所以需要恰当地选取拟合像素点,并对像素点灰度值进行降噪处理。当两

像素点相差为 $\pi/2$ 时,干涉序列灰度值满足正交关系,此时拟合椭圆具有最高的精度。因此选取参与拟合的两像素点应尽量满足相差为 $\pi/2$ 的关系,采用的选取方案如下:

首先在某个特定区域内(一般信噪比较高的地方),对各像素点的灰度序列值进行如下的计算。

$$s_{nm} = \frac{\sum_{i=1}^{N/2} g_{nm}(i) - \sum_{i=N/2+1}^N g_{nm}(i)}{\sum_{i=1}^N |g_{nm}(i)|} \quad (4)$$

理论上, s_{nm} 的大小处于 $[-1, 1]$ 之间。为了选取相差 $\pi/2$ 的两点,将 s_{nm} 绝对值最大与最小的点作为拟合像素点。理论可以证明,当这两点的相差接近 $\pi/2$ 时,有利于提高椭圆拟合的精度。

1.2 椭圆拟合求解

椭圆拟合主要是对椭圆直角坐标方程进行线性回归,得到回归系数,然后根据回归系数与干涉方程组参数的关系,进一步计算这些参数。

干涉方程组的椭圆直角方程可写成如下形式:

$$g_{1i}^2 + a \cdot g_{1i} \cdot g_{2i} + b \cdot g_{2i}^2 + c \cdot g_{1i} + d \cdot g_{2i} + e = 0 \quad (5)$$

通过基于最小二乘拟合的线性回归运算后,得到系数 a, b, c, d, e 。

由参数方程与坐标方程的关系,可以推得:

$$\begin{cases} \varphi = \theta_{20} - \theta_{10} = \pm \cos^{-1} \left(\frac{-a}{2\sqrt{b}} \right) \\ C_2 = \frac{ac - 2d}{4b - a^2} \\ C_1 = -\frac{c}{2} - \frac{a}{2} \cdot C_2 \\ A_1 = \sqrt{\frac{C_1(ac - 2d)}{4} + \frac{c^2}{4} - e} \\ A_2 = \frac{A_1}{\sqrt{b}} \end{cases} \quad (6)$$

其中相位差 φ 的符号由灰度序列值在椭圆中的旋转方向决定。逆时针旋转时为负,顺时针旋转时为正。判断方法采用向量叉乘的方式,具体判断公式如下:

$$(d_x, d_y, d_z) = (g_{11} - c_1, g_{21} - c_2, 0) \times (g_{12} - c_1, g_{22} - c_2, 0) \quad (7)$$

若 $d_z > 0$, 则取负号;反之,取正号。

图2为降噪处理与零均化后的两像素点10个灰度序列值及其椭圆拟合结果。需要指出的是,相同条件下,对于整周期内的数据点数,其椭圆拟合精度比非整周期内数据点数拟合精度高,所以这里仅取其中的10点进行椭圆拟合。

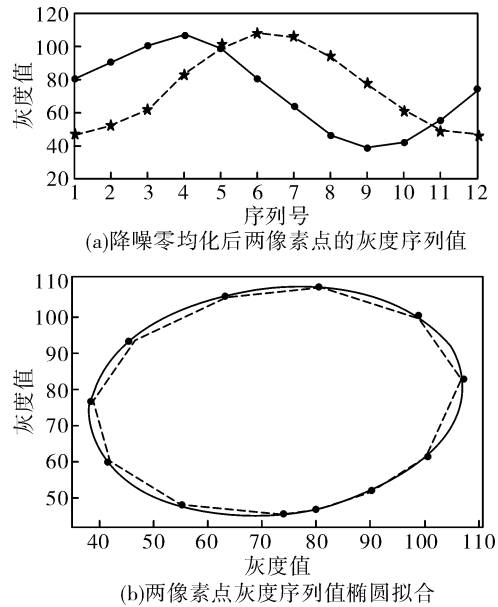


图2 灰度序列运算结果

Fig. 2 Calculated results of gray value sequence

1.3 计算驱动相位

根据椭圆拟合的结果,在计算得到(6)式中的各个参数之后,在一定条件下对两灰度序列值进行相位计算。这里的条件包括:1) 由于头尾两点无法确定其相位的单调性,不能计算其对应的相位,因此头尾2个点不参与计算;2) 若当前点与前后两点的差分结果符号相同,就可以确定当前点相位的单调性,因此当前点与前后两灰度值差分结果 $g_i - g_{i-1}$ 与 $g_{i+1} - g_i$ 同为正或同为负时,计算驱动相位,否则不予计算。

具体的计算公式如下:

$$\begin{cases} \varphi_{1i} = \theta_{10} + \theta_{1i} = \pm \cos^{-1} \left(\frac{g_{1i} - C_1}{A_1} \right) \\ \varphi_{2i} = \theta_{20} + \theta_{2i} = \pm \cos^{-1} \left(\frac{g_{2i} - C_2}{A_2} \right) \end{cases} \quad (8)$$

式中相位符号的确定由当前点的差分符号决定,即若 $g_i - g_{i-1} > 0$, 相位符号取负,否则取正。

对灰度序列计算相位结果如表1所示:

表 1 驱动相位计算结果
Table 1 Results of driving phases

序列号	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
相位序列 1/rad	1.994	X	-2.415	-1.651	-0.905	X	0.426	1.090	1.911	2.649
相位序列 2/rad	0.829	1.984	2.785	X	-2.128	-1.420	-0.634	X	0.692	1.365
综驱动相位/rad	1.996	-3.131	-2.373	-1.651	-0.933	-0.252	0.480	1.090	1.886	2.591

考虑拟合相位 $\varphi = -1.1679$, 通过如下方法计算中间 10 点的驱动相位: 若两序列中相应点相位都存在, 则计算相位 $\varphi_i = (\varphi_{1i} + \varphi_{2i} - \varphi)/2$; 若仅序列 1 中存在, 则 $\varphi_i = \varphi_{1i}$; 仅序列 2 中存在, $\varphi_i = \varphi_{2i} - \varphi$ 。并通过取 2π 圆整, 使计算结果处在 $(-\pi, \pi)$ 之间。因此, 除了头尾两点相位不参与反算外, 图 3 中虚线所代表的灰度序列在第 3, 7 两点不参与运算; 实线所代表的序列在第 5, 9 三点不参与运算。表 1 中第 3 行为计算的驱动相位。

2 构造满足四步法的干涉灰度图

在计算出驱动相位量之后, 就可以构造满足 $\pi/2$ 相差的 4 幅干涉灰度图。考虑到椭圆拟合后, 实际相位的计算是从采样序列的第 2 幅干涉图开始有效的, 因此以第 2 幅图为起点, 即以第 2 幅图为初相位灰度图 g_0 , 构造剩下的相差 $\pi/2$ 的 3 幅干涉灰度图。

具体构造方法如下:

首先对表 1 中的综合相位进行解包裹运算, 并通过简单运算把起点移位到零位, 图 3 为移位前后的相位, 以角度来表示。然后分别选择与 $\pi/2, \pi, 3\pi/2$ 偏差最小的 3 点, 并计算这 3 个点与目标相位的偏差 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ 。

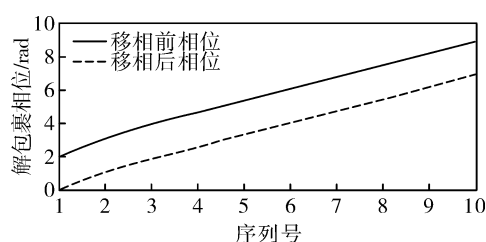


图 3 驱动相位解包裹运算结果

Fig. 3 Unwrapping results of driving phases

例如图 3 中与 $\pi/2, \pi, 3\pi/2$ 偏差最小的 3 点分别为第 3, 5, 7 点, 且以此 3 点为中心的弧度偏差量分别为 $(-0.4145, 0.3442, 1.0659), (-0.$

$5049, 0.2133, 0.8941), (-0.6767, 0.0551, 0.6656)$ 。最后利用 Lagrange 抛物插值来完成目标相位灰度图像的重构, 例如针对 $\pi/2$ 的灰度值重构公式如下:

$$g_{\pi/2} = k_1 g_3 + k_2 g_4 + k_3 g_5 \quad (9)$$

式中 g_2, g_3, g_4 分别代表第 2, 3, 4 幅图像的灰度值。

重构系数 k_1, k_2, k_3 分别采用如下公式计算:

$$\begin{cases} k_1 = \frac{\epsilon_2 \epsilon_3}{(\epsilon_1 - \epsilon_2)(\epsilon_1 - \epsilon_3)} \\ k_2 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_3}{(\epsilon_2 - \epsilon_1)(\epsilon_2 - \epsilon_3)} \\ k_3 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{(\epsilon_3 - \epsilon_1)(\epsilon_3 - \epsilon_2)} \end{cases} \quad (10)$$

使用同样的计算方法, 可以得到 $g_\pi, g_{3\pi/2}$ 。通过计算 Lagrange 插值余项, 计算结果表明: 对于 3 幅重构图灰度值, 由于 Lagrange 插值偏差导致的灰度值截断重构误差分别小于 2.53%, 1.57%, 0.52%。

3 实验结果

对 $Ra = 0.44 \mu\text{m}$ 的方波多刻线粗糙度样板的表面形貌进行多波长干涉测量, 该样板经中国计量科学研究院采用粗糙度国家基准校准, 校准结果的不确定为 $U_{95} = 5\%$ 。用上述方法对多波长干涉图的每一个波长的采样序列进行相位提取, 图 4 为对波长 550 nm 的干涉序列图重构的 4 幅相差 $\pi/2$ 的灰度图像。传统四步法得到的 4 幅干涉图中包含了相移驱动和噪声干扰造成的误差, 同时相移误差是四步法相位计算误差的主要来源^[8]。而通过上述方法得到的 4 幅干涉图将相移误差转换为驱动相位计算的误差和 Lagrange 插值误差, 这类误差可以通过增加采样次数和插值节点数目来减小。

最后利用重构灰度图进行各点相位计算。计算公式如下:

$$\theta_0 = \tan^{-1} \left(\frac{g_{3\pi/2} - g_{\pi/2}}{g_0 - g_\pi} \right) \quad (11)$$

式中 θ_0 的取值范围为 $(-\pi, \pi]$, 即通过判断分子分母的正负在 4 个象限内计算相位。同理, 依次对波长 520 nm, 640 nm 的干涉序列图进行相位提取。考虑对双波长测量^[9], 当两波长差较小时, 测量范围显著增大, 但得到的测量结果精度很低。因此应用两近波长(520 nm, 550 nm)的相位差在大尺度范围内识别测量结果, 用两远波长(550 nm, 640 nm)相位差在小尺度内进一步缩小测量结果的误差, 最后用单波长(550 nm)相位计算最终测量结果, 得到干涉图像上各点的相对高度, 即被测表面的形貌信息^[10-12]。最后计算粗糙度样板的 Ra 值为 0.439 0 μm , 该样板测量的相对误差 $\delta = 0.23\%$ 。

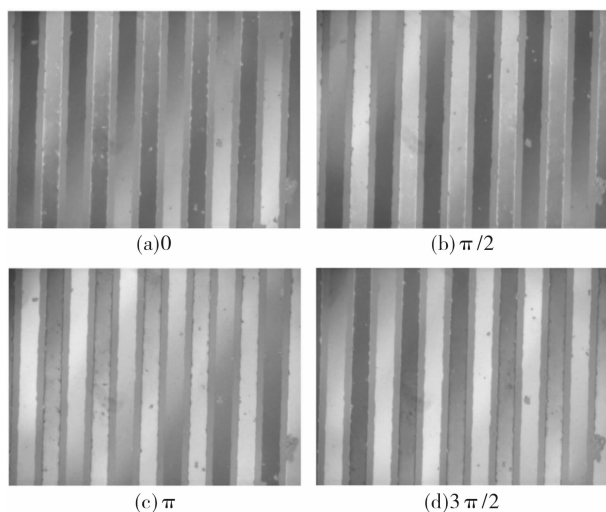


图 4 重构的 4 幅相差 $\pi/2$ 的干涉图像

Fig. 4 Reconstructing 4 interference images with $\pi/2$ phase-difference

4 结论

该方法不要求严格的等步长驱动, 简化了传统四步法对相移驱动的控制。仅通过两像素点灰度序列关联关系, 把驱动步长的求解问题转化为数学上的椭圆拟合问题, 并准确地获取了相移驱动相位, 为高精度寻找与构造 4 幅干涉序列图提供了条件, 对相关技术的相位识别具有指导意义。采用 Lagrange 抛物插值算法, 使重构灰度值相对误差控制在 0.5% 以内。结果表明, 上述方法的相对误差 $\delta = 0.23\%$ 。因此, 该方法对相移驱动要求

不高, 抗局部环境振动干扰能力强, 受相移驱动非线性驱动误差影响小, 降低了驱动与闭环控制的难度与成本, 为多波长测量奠定了基础。

参考文献:

- [1] Song L M, Dong X X, Xi J T, et al. A new phase unwrapping algorithm based on Three wavelength phase shift profilometry method[J]. Optics & Laser Technology, 2013, 45: 319-329.
- [2] Takamasa S, Zhao X F, Osami S. Phase-locked phase-shifting laser diode interferometer with photo-thermal modulation[J]. Applied Optics, 2001, 40 (13): 2126-2131.
- [3] Luo Zhiyong, Chen Zhaohui, Gu Yingzi, et al. Five-bucket phase-shifting algorithm based on numerical simulation[J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26 (11): 1687-1690.
罗志勇, 陈朝晖, 顾英姿, 等. 基于数值模拟的高准确度五步相移算法研究[J]. 光学学报, 2006, 26 (11): 1687-1690.
- [4] Jun-ichi K, Lchirou Y. Phase-shifting fringe analysis for laser diode wavelength-scanning interferometer [J]. Optical Review, 2000, 7(2): 158-163.
- [5] Shan Xiaoqin, Zhu Rihong, Li Jianxin. Phase extraction for single frame interferogram based on 2D Fourier transform[J]. Journal of Applied Optics, 2013, 34(5): 802-808.
单小琴, 朱日宏, 李建欣. 基于二维傅里叶变换的单帧干涉图相位提取方法[J]. 应用光学, 2013, 34 (5): 802-808.
- [6] Hao Q, Zhu Q D, Hu Y. Random phase-shifting interferometry without accurately controlling or calibrating the phase shifts[J]. Optics Letters, 2009, 34 (8): 1288-1290.
- [7] Liu Dong, Yang Yongying, Tian Chao, et al. Study on phase retrieval from single close fringe pattern with high precision[J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(2): 531-536.
刘东, 杨甬英, 田超, 等. 高精度单幅闭合条纹干涉图相位重构技术[J]. 中国激光, 2010, 37 (2): 531-536.
- [8] Hui Mei. Study on the theory and algorithms of phase-stepping interferometry[D]. Xi'an: Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS, 2001.

- 惠梅. 表面微观形貌测量中相移干涉术的算法与实验研究[D]. 西安:中国科学院西安光学精密机械研究所, 2001.
- [9] Kamel H, Frederic C. Two-wavelength interferometry: extended range and accurate optical path difference analytical estimator[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2009, 26(12): 2503-2511.
- [10] Warnasooriya N, Kim M K. LED-based multi-wavelength phase imaging interference microscopy [J]. Optics Express, 2007, 15(15): 9239-9247.
- [11] Christopher J M, Philip R B, Vincent C P. Quantitative phase imaging by three-wavelength digital holography [J]. Optics Express, 2008, 16 (13): 9753-9764.
- [12] Nilanthi W, Myung K K. Quantitative phase imaging using three-wavelength optical phase unwrapping[J]. Journal of Modern Optics, 2009, 56(1): 67-74.

(上接第 571 页)

- 陶本藻,姚宜斌. 基于多面核函数配置型模型的参数估计[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2003, 28(5): 547-550
- [15] Cao Tianning, Bai Jian, Kong Yanbo. Application of CQG-II shop digital interferometer in several special testing cases[J]. Optical Technology, 2001, 27(6): 562-563.
- 曹天宁,白剑,孔燕波. CGQ-II 车间数字干涉仪的几种特殊检测的应用[J]. 光学技术, 2001, 27(6): 562-563.